Editora
Bernoulli
FÍSICA
Volume 04

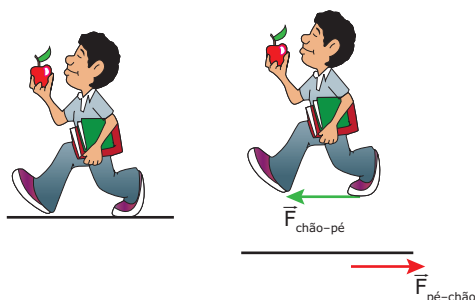
Sumário - Física

FÍSICA

Forças de atrito

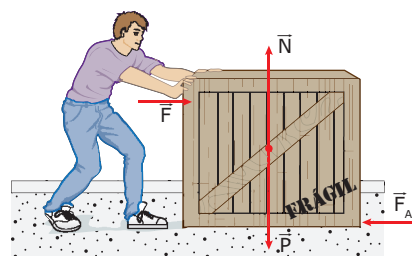
MÓDULO 07

FRENTE A

O estudo matemático das forças de atrito entre os corpos sólidos é posterior aos trabalhos de Newton. No entanto, podemos utilizar a mecânica newtoniana para analisar, macroscopicamente, o efeito das forças de atrito sobre os corpos sólidos, e é o que faremos neste módulo. Mesmo uma superfície aparentemente lisa, como a do papel desta página que você está lendo, apresenta rugosidades. Quando tentamos mover os objetos, de modo a fazer com que uns deslizem sobre os outros, forças microscópicas de origem elétrica fazem com que esse movimento não ocorra de maneira desimpedida, criando o que denominamos, macroscopicamente, de força de atrito (F_A). Vejamos um exemplo simples, em que representaremos as forças de interação entre o chão e o pé de uma pessoa caminhando, como mostra a figura seguinte.

Para a pessoa andar, é necessário que seu pé empurre o chão para trás. Então, de acordo com a 3ª Lei de Newton, o chão deve empurrar o pé para frente – ação e reação. Essas forças têm o mesmo módulo, a mesma direção e sentidos opostos. O resultado disso é que o corpo se desloca para frente. Essa é a explicação newtoniana para o ato de andar. Se não houvesse as forças de interação entre o nosso pé e o solo, ou seja, se não houvesse força de atrito, nós não nos locomoveríamos. É o que ocorre quando uma superfície lisa está ensaboada ou com óleo.

ATRITO DE DESLIZAMENTO

Você já deve ter notado que é mais fácil empurrar um objeto sobre o chão, de forma a manter o movimento, do que iniciar o movimento. Isso ocorre porque o módulo da força de atrito que atua sobre um corpo na iminência de movimento é maior que o módulo da força de atrito que atua sobre o corpo quando ele está deslizando sobre o chão. A força de atrito que se manifesta sobre o objeto quando tentamos colocá-lo em movimento é chamada de força de atrito estático. Quando o objeto desliza sobre a superfície, a força de atrito é chamada de força de atrito cinético.

Experimentalmente, observa-se que a força de atrito entre os corpos sólidos depende de dois fatores: o par de superfícies em contato e a força de compressão normal entre elas. Vejamos o que ocorre com uma caixa que se encontra inicialmente em repouso sobre uma superfície horizontal e é empurrada por uma força horizontal, cujo módulo aumenta progressivamente a partir de zero. À medida que essa força aumenta, a força de atrito estático sobre a caixa, que é oposta ao empurrão, aumenta na mesma taxa, de forma que a caixa continua em repouso. A figura a seguir mostra as quatro forças que agem na caixa: o peso $\vec{P}$, a normal $\vec{N}$, o empurrão $\vec{F}$ e a força de atrito estático $\vec{F}_{AE}$, exercida pelo solo.

Subitamente, quando o empurrão atinge certo valor, ocorre uma ruptura no equilíbrio, e o bloco entra em movimento. Isso ocorre porque o módulo da força de atrito estático aumenta até um valor limite. Esse valor é dado por:

$$F_{AE_{MÁX}} = \mu_E N$$

Nessa equação, μ_E é o coeficiente de atrito estático, cujo valor depende do par de superfícies em contato. Valores típicos de μ_E são apresentados na tabela a seguir. O fator N é o módulo da força normal. Quanto maior for o valor de N, maior será a força de compressão da caixa sobre a superfície, e, consequentemente, o efeito do atrito decorrente da interação entre a caixa e a superfície será mais evidente.

Coeficientes de atrito para alguns pares de superfícies

Superfícies de contato	μ_E	μ_C
Aço e aço	0,7	0,6
Aço e madeira	0,7	0,5
Vidro sobre vidro	0,9	0,4
Borracha sobre concreto (seco)	1,0	0,8
Borracha sobre concreto (molhado)	0,3	0,25
Gelo sobre gelo	0,1	0,03
Articulação humana	0,01	0,003

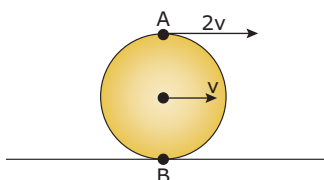
Assim que a força do empurrão torna-se ligeiramente maior que a força de atrito estático máximo, o bloco entra em movimento e fica sujeito a uma força de atrito cinético de módulo menor que o da força de atrito estático máximo, conforme visto anteriormente. O módulo da força de atrito cinético é constante e não depende da velocidade do corpo e nem do esforço aplicado para empurrá-lo. O módulo da força de atrito cinético é dado por:

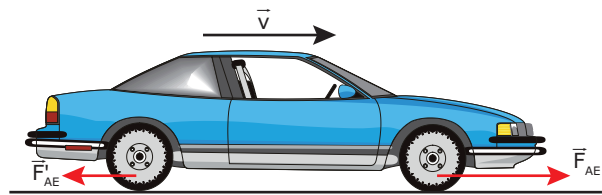
$$F_{AC} = \mu_C N$$

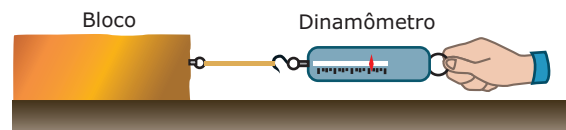
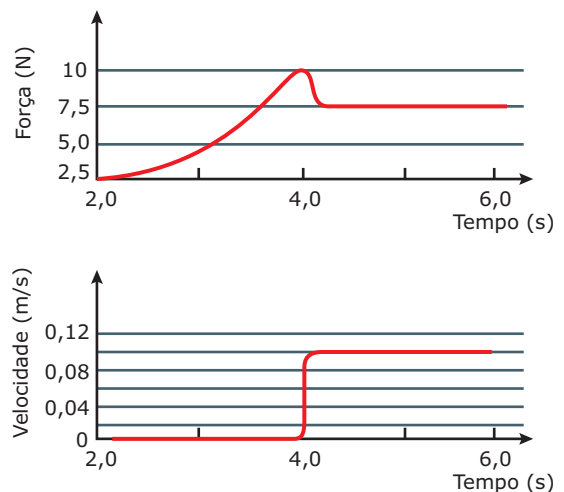
Aqui, μ_C é o coeficiente de atrito cinético, também listado na tabela anterior. Observe que, para um mesmo par de superfícies, $\mu_C < \mu_E$.

A título de exemplo, vamos considerar que os coeficientes de atrito entre a caixa e o solo da figura anterior sejam $\mu_E = 0{,}60$ e $\mu_C = 0{,}20$. Vamos considerar ainda que a massa da caixa seja m = 30 kg. Então, a força normal, que é anulada pelo peso da caixa, vale N = m.g = 300 N. As forças de atrito estático máximo e de atrito cinético valem $F_{AE_{MÁX}} = 0{,}60.300 = 180$ N e $F_{AC} = 0{,}20.300 = 60$ N. Esses números indicam que a pessoa deve exercer uma força ligeiramente maior que 180 N para fazer a caixa entrar em movimento. Depois disso, o módulo da força de atrito diminui drasticamente para 60 N. Se a pessoa reduzir o seu esforço e passar a empurrar a caixa com uma força exatamente igual a esse valor, a resultante das forças que atuam sobre a caixa será nula. Como ela já está em movimento, assim ela permanecerá em linha reta e com velocidade constante. Se a pessoa empurrá-la com uma força maior que 60 N, o movimento da caixa será acelerado e, se a empurrar com uma força de módulo menor que 60 N, o movimento será retardado.

ATRITO DE ROLAMENTO

Outra forma de a força de atrito se manifestar é atuando em objetos redondos que rolam sobre superfícies sólidas, como o pneu de um carro ou os roletes de um pé de geladeira em movimento sobre o solo. Desde que não exista deslizamento entre o objeto redondo e o solo, a força de atrito entre eles é do tipo estático. Para uma pessoa em repouso sobre o solo, a velocidade do ponto do objeto que toca o solo é zero. Na figura a seguir, representamos um cilindro rolando para a direita sobre uma superfície. O eixo central do cilindro apresenta uma velocidade de módulo v para a direita em relação ao solo. Desde que não haja deslizamento entre o cilindro e o solo, todos os pontos na sua periferia apresentam uma velocidade tangencial de módulo v em relação ao eixo de rotação. Por isso, a velocidade do ponto A (topo do objeto) vale 2v (v + v) em relação ao solo. Já a velocidade do ponto B (ponto de contato do cilindro com o solo) vale zero (v − v) em relação ao solo.

Quando a superfície de rolamento é mais dura, como uma estrada asfaltada ou um pátio cimentado, o efeito do atrito é muito pequeno. Por isso, conseguimos empurrar com facilidade uma geladeira e um fogão dotados de pés com roletes.

Nem sempre a força de atrito sobre um objeto é oposta ao seu movimento. No caso de um carro, as rodas de tração (aquelas cujos eixos recebem um torque motor) giram exercendo sobre o solo uma força no sentido para trás do carro (ação). O solo responde e aplica nas rodas de tração uma força para frente (reação). Essa reação é uma força de atrito estático, voltada para o sentido do movimento. Nas rodas sem tração, a força de atrito é também do tipo estático, porém de sentido oposto ao movimento. A figura a seguir representa as forças de atrito estático atuantes nas rodas traseiras e dianteiras de um carro que se move para a direita e que possui tração nas rodas dianteiras.

EXERCÍCIO RESOLVIDO

01. (UFMG) Observe esta figura:

Um bloco de 5,0 kg está conectado a um dinamômetro, por meio de um fio. O dinamômetro é puxado sobre uma superfície plana e horizontal, para a direita, em linha reta. A força medida por esse dinamômetro e a velocidade do bloco, ambas em função do tempo, estão mostradas nestes gráficos:

Considerando essas informações,

A) determinar o módulo da resultante das forças sobre o bloco no instante t = 3,5 s e no instante t = 5,0 s. Justificar sua resposta.

B) calcular o coeficiente de atrito estático entre a superfície e o bloco. Explicar seu raciocínio.

C) calcular o coeficiente de atrito cinético entre a superfície e o bloco. Explicar seu raciocínio.

D) calcular o valor aproximado da distância percorrida pelo bloco entre os instantes 2,0 s e 5,0 s.

Resolução:

A) Em t = 3,5 s, a velocidade do bloco é nula, e, em t = 5,0 s, ela tem módulo de 0,10 m/s; no entanto, o fato relevante é que a velocidade se mantém constante "em torno" desses instantes, e, portanto, a aceleração é nula. Sendo assim, a força resultante é, também, nula nesses instantes.

B) De acordo com os gráficos, a força máxima exercida pelo dinamômetro sobre o bloco, sem que este entre em movimento, ocorre no instante t = 4,0 s, e sua intensidade é de 10 N. Como o bloco está em equilíbrio nesse instante, tal força tem o mesmo módulo que a força de atrito estático máximo, $F_{AE_{MÁX}}$, e sentido contrário a esta. O módulo da força de atrito estático máximo é igual ao produto do coeficiente de atrito estático μ_E pela força normal N. A força normal à superfície, nesse caso, é igual ao peso do bloco. Assim:

$$F_{AE_{MÁX}} = \mu_E N = \mu_E mg$$

$$\mu_E = \frac{F_{AE_{MÁX}}}{mg} = \frac{10}{5,0.10} = 0,20$$

C) Após o instante t = 4,0 s, a velocidade do bloco mantém-se constante e, portanto, a força resultante que atua sobre ele é nula. De acordo com o gráfico de força *versus* tempo, após esse instante, a força medida pelo dinamômetro é de 7,5 N. Essa força tem o mesmo módulo que a força de atrito cinético que atua sobre o bloco e sentido oposto ao desta. Assim:

$$F_{AC} = \mu_C N = \mu_C mg$$

$$\mu_C = \frac{F_{AC}}{mg} = \frac{7,5}{5,0.10} = 0,15$$

Em que μ_C é o coeficiente de atrito cinético.

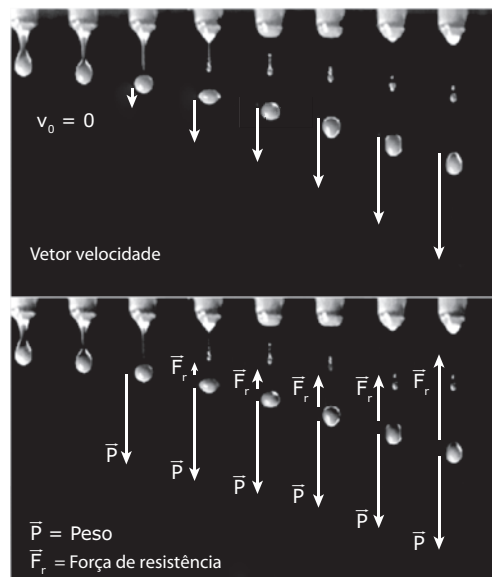
D) A distância percorrida pelo bloco corresponde à área sob a curva do gráfico de velocidade *versus* tempo, no intervalo desejado. No intervalo 2,0 s < t < 4,0 s, a velocidade do bloco é nula, e, portanto, a distância percorrida por ele é nula. Falta, então, estimar a distância percorrida no intervalo de 4,0 s a 5,0 s; de t = 4,0 s a t = 5,0 s, o bloco tem velocidade constante de 0,10 m/s e percorre uma distância d dada por:

$$d = vt = 0,10.1,0 = 0,10 \text{ m}$$

QUEDA COM RESISTÊNCIA DO AR

Um corpo encontra-se em queda livre quando os efeitos da resistência do ar sobre ele são desprezíveis, ou seja, quando a única força que atua sobre o corpo em queda é seu próprio peso. Entretanto, para a maioria das situações, os efeitos da resistência do ar sobre o movimento dos corpos não podem ser desprezados. Experimentalmente, verifica-se que o módulo da força de resistência do ar que atua sobre um objeto depende de fatores como a velocidade do objeto, a área efetiva de contato deste com o ar, a forma desse objeto, etc. Podemos simplificar o estudo da força de resistência do ar (F_{Ar}) dizendo que o módulo desta é diretamente proporcional ao módulo da velocidade do corpo em movimento.

$$F_{Ar} \propto v \; ; \; F_{Ar} = -bv$$

Em que b é uma constante que depende do meio em que ocorre o movimento. O sinal negativo na equação indica que o sentido da força de resistência do ar é sempre oposto ao da velocidade do corpo. Apesar de simplificada, a relação anterior explica por que não morremos quando uma gota de chuva nos atinge, caindo de uma altura de centenas de metros. A figura a seguir mostra os vetores velocidade, peso e força de resistência do ar que atuam em uma gota que acaba de se desprender de uma torneira.

Observe, na representação feita na figura anterior, que a velocidade da gota, ao desprender-se da torneira, é zero. Assim, não há força de resistência do ar atuando sobre a gota naquele instante. Porém, à medida que a velocidade da gota aumenta, a força de resistência do ar passa a atuar sobre ela. Observe atentamente a figura e veja que

- no início do movimento, a força resultante que atua sobre a gota apresenta módulo máximo, igual ao módulo da força peso. Ao longo do movimento de queda, a força resultante que atua sobre a gota pode se tornar nula.

- o módulo da força de resistência do ar varia ao longo da queda, desde um valor nulo (no início do movimento), até um valor máximo (igual ao módulo do peso).
- o módulo da aceleração que atua sobre a gota varia da mesma forma que o módulo da força resultante, ou seja, inicialmente, a aceleração é máxima e, ao longo da queda, pode se tornar nula. Esse é um resultado esperado, pois, de acordo com a 2ª Lei de Newton, a aceleração que atua sobre um corpo é diretamente proporcional à força resultante que atua sobre ele.
- o módulo da velocidade da gota aumenta durante a queda, porém em um ritmo cada vez menor, até assumir um valor constante, atingido no momento em que a aceleração torna-se nula. Esse valor de velocidade, módulo da velocidade final de queda, é denominado velocidade terminal ou velocidade limite.

Quando uma gota de chuva se forma, seu movimento é inicialmente acelerado, porém, à medida que sua velocidade aumenta, o módulo da força de resistência do ar também aumenta, e isso reduz o ritmo no qual a velocidade cresce. Depois de, aproximadamente, 1 s de formada, a gota de chuva atinge sua velocidade limite (poucos metros por segundo) e nos atinge, inofensivamente.

EXERCÍCIO RESOLVIDO

02. (UFMG) Durante um voo, um avião lança uma caixa presa a um paraquedas. Após esse lançamento, o paraquedas abre-se, e uma força, devido à resistência do ar, passa a atuar sobre o conjunto – caixa e paraquedas. Considere que o módulo dessa força é dado por F = bv, em que b é uma constante, e v é o módulo da velocidade do conjunto. Observa-se que, depois de algum tempo, o conjunto passa a cair com velocidade constante.

A) Com base nessas informações, explicar por que, depois de algum tempo, o conjunto passa a cair com velocidade constante.

B) Considere que a massa do conjunto é 50 kg e a sua velocidade final é 10 m/s. Calcular a constante de proporcionalidade b.

Resolução:

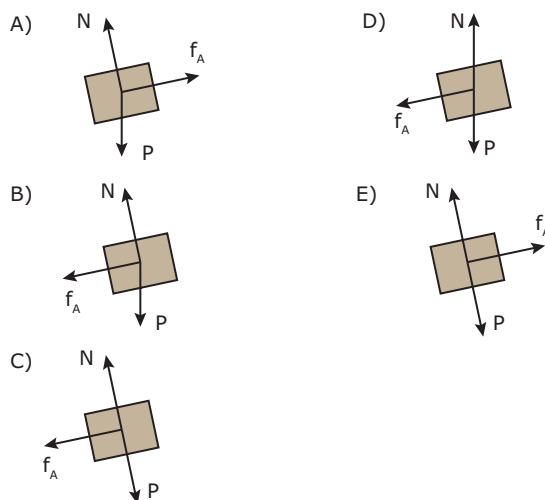
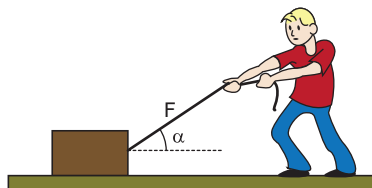
A) Durante certo intervalo de tempo do movimento de queda, a velocidade do conjunto aumenta, e, necessariamente, o valor da força de resistência do ar também aumenta, o que faz com que o módulo da força resultante diminua, tendendo a um valor nulo após certo tempo. Assim, a velocidade tende para um valor constante, pois a força resultante tende para um valor nulo.

B) Quando o conjunto atinge a velocidade limite, o módulo da força de resistência do ar se iguala ao módulo do peso, e a resultante das forças que atuam sobre o conjunto é nula. Para esse instante:

$F_{Ar} = P \Rightarrow bv = mg \Rightarrow b = mg/v = 50.10/10 = 50$ kg/s

EXERCÍCIOS DE FIXAÇÃO

01. (UFV-MG) Uma caminhonete sobe uma rampa inclinada com velocidade constante, levando um caixote em sua carroceria, conforme ilustrado na figura a seguir.

Sabendo-se que P é o peso do caixote; N, a força normal do piso da caminhonete sobre o caixote; e f_A, a força de atrito entre a superfície inferior do caixote e o piso da caminhonete, o diagrama de corpo livre que **MELHOR** representa as forças que atuam sobre o caixote é

A)
D)
B)
E)
C)
02. (UFRRJ) Um professor de Educação Física pediu a um dos seus alunos que deslocasse um aparelho de massa m, com velocidade constante, sobre uma superfície horizontal, conforme representado na figura a seguir.

O aluno arrastou o aparelho usando uma força F. Sendo μ o coeficiente de atrito entre as superfícies de contato do aparelho e o chão, é **CORRETO** afirmar que o módulo da força de atrito é

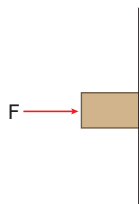
A) $\mu(mg + F.\text{sen } \alpha)$.

B) $\mu(F - m.g)$.

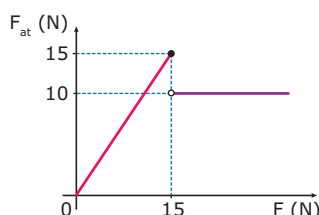
C) $F.\text{sen } \alpha$.

D) $F.\cos \alpha$.

E) $F\mu$.

03. (PUC Minas–2007) Um bloco de massa 3,0 kg é pressionado contra uma parede vertical por uma força F, conforme ilustração. Considere a gravidade como 10 m/s², o coeficiente de atrito estático entre o bloco e a parede como 0,20 e o coeficiente de atrito cinético como 0,15.

O valor **MÍNIMO** da força F para que o bloco permaneça em equilíbrio estático é de

A) 150 N. B) 125 N. C) 90 N. D) 80 N.

04. (PUC-SP–2006) Um bloco de borracha de massa 5,0 kg está em repouso sobre uma superfície plana e horizontal. O gráfico representa como varia a força de atrito sobre o bloco, quando atua sobre ele uma força F de intensidade variável, paralela à superfície.

O coeficiente de atrito estático entre a borracha e a superfície e a aceleração adquirida pelo bloco, quando a intensidade da força F atinge 30 N, são, respectivamente, iguais a

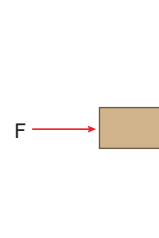
A) 0,3; 4,0 m/s².
B) 0,2; 6,0 m/s².
C) 0,3; 6,0 m/s².
D) 0,5; 4,0 m/s².
E) 0,2; 3,0 m/s².

05. (UFRGS) Selecione a alternativa que preenche **CORRETAMENTE** as lacunas do texto a seguir, na ordem em que elas aparecem.

Na sua queda em direção ao solo, uma gota de chuva sofre o efeito da resistência do ar. Essa força de atrito é contrária ao movimento e aumenta com a velocidade da gota. No trecho inicial da queda, quando a velocidade da gota é pequena e a resistência do ar também, a gota está animada de um movimento _________ . Em um instante posterior, a resultante das forças exercidas sobre a gota torna-se nula. Esse equilíbrio de forças ocorre quando a velocidade da gota atinge o valor que torna a força de resistência do ar igual, em módulo, _________ da gota. A partir desse instante, a gota _________ .

A) acelerado – ao peso – cai com velocidade constante
B) uniforme – à aceleração – cai com velocidade decrescente
C) acelerado – ao peso – para de cair
D) uniforme – à aceleração – para de cair
E) uniforme – ao peso – cai com velocidade decrescente

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

01. (PUC Minas–2007) Um bloco de massa 3,0 kg é pressionado contra uma parede vertical por uma força F, conforme ilustração. Considere a gravidade como 10 m/s², o coeficiente de atrito estático entre o bloco e a parede como 0,20 e o coeficiente de atrito cinético como 0,15.

O valor **MÁXIMO** da força F para que o bloco desça em equilíbrio dinâmico é de

A) 125 N. B) 200 N. C) 250 N. D) 150 N.

02. (Fatec-SP) Um objeto se movimenta por um plano horizontal que apresenta atrito, com uma velocidade constante de 36 km/h. Num determinado instante, deixa de agir sobre esse objeto a força que o mantinha em movimento.

É **CORRETO** afirmar que esse objeto

A) continuará a se movimentar, diminuindo de velocidade até parar.
B) continuará a se movimentar, indefinidamente, com velocidade constante.
C) deixará de se movimentar no mesmo instante em que a força deixar de agir.
D) aumentará de velocidade por causa de sua inércia.
E) passará a se movimentar em sentido oposto ao sentido original de movimento.

03. (UFRGS–2006) Arrasta-se uma caixa de 40 kg sobre um piso horizontal, puxando-a com uma corda que exerce sobre ela uma força constante, de 120 N, paralela ao piso. A resultante das forças exercidas sobre a caixa é de 40 N. (Considere a aceleração da gravidade igual a 10 m/s².)

Qual é o valor do coeficiente de atrito cinético entre a caixa e o piso?

A) 0,10
B) 0,20
C) 0,30
D) 0,50
E) 1,00

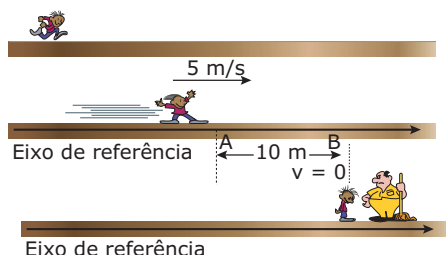
04. (CEFET-CE–2006) Uma caixa de massa 40 kg, que estava inicialmente em repouso sobre uma superfície horizontal, é empurrada em linha reta por uma força horizontal constante de módulo 160 N ao longo de 9 m. Sabendo-se que o coeficiente de atrito cinético entre a caixa e a superfície é igual a 0,20, o valor da velocidade final da caixa, em m/s, é (Adote g = 10 m/s².)

A) 2. B) 4. C) 6. D) 8. E) 10.

05. (PUC Rio–2008) Uma caixa, cuja velocidade inicial é de 10 m/s, leva 5 s deslizando sobre uma superfície até parar completamente.

Considerando a aceleração da gravidade g = 10 m/s², determine o coeficiente de atrito cinético que atua entre a superfície e a caixa.

A) 0,1 B) 0,2 C) 0,3 D) 0,4 E) 0,5

06. (PUC-SP–2008) Um garoto corre com velocidade de 5 m/s em uma superfície horizontal. Ao atingir o ponto A, passa a deslizar pelo piso encerado até atingir o ponto B, como mostra a figura.

Considerando a aceleração da gravidade g = 10 m/s², o coeficiente de atrito cinético entre suas meias e o piso encerado é de

A) 0,050.
B) 0,125.
C) 0,150.
D) 0,200.
E) 0,250.

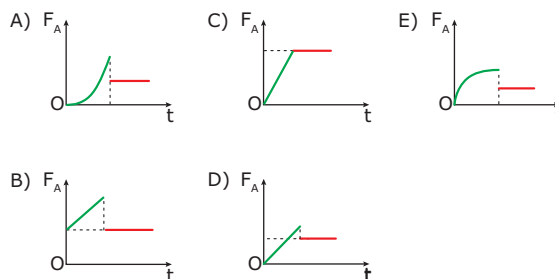
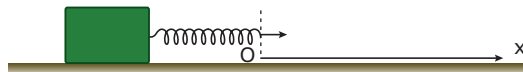
07. (PUC RS) Um professor pretende manter um apagador parado, pressionando-o contra o quadro de giz (vertical). Considerando P o peso do apagador e o coeficiente de atrito entre as superfícies do apagador e a do quadro igual a 0,20, a força mínima aplicada, perpendicularmente ao apagador, para que este fique parado, é

A) 0,20P.
B) 0,40P.
C) 1,0P.
D) 2,0P.
E) 5,0P.

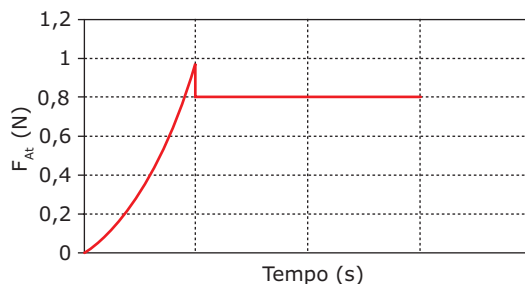
08. (PUC Rio) Um certo bloco exige uma força F_1 para ser posto em movimento, vencendo a força de atrito estático. Corta-se o bloco ao meio, colocando uma metade sobre a outra. Seja agora F_2 a força necessária para pôr o conjunto em movimento. Sobre a relação F_2/F_1, pode-se afirmar que

A) ela é igual a 2.
B) ela é igual a 1.
C) ela é igual a 1/2.
D) ela é igual a 3/2.
E) seu valor depende da superfície.

09. (UFMS–2007) A figura mostra uma mola que obedece à Lei de Hooke. Uma das extremidades da mola está presa em um bloco, o qual está sobre uma superfície horizontal, cujo coeficiente de atrito estático μ_E é maior que o coeficiente de atrito cinético μ_C, e ambos são constantes em toda a superfície. Quando a mola está no seu comprimento normal, a outra extremidade coincide com a origem do referencial Ox.

Se, a partir dessa posição, puxarmos essa extremidade com velocidade constante para a direita, assinale qual dos gráficos a seguir representa as forças de atrito F_A (estático e cinético), aplicadas entre as superfícies do bloco e do plano, em função do tempo t. Considere t = 0 na origem do referencial.

10. (UFRRJ) Dois carros de corrida são projetados de forma a aumentar o atrito entre os pneus e a pista. Os projetos são idênticos, exceto que em um deles os pneus são mais largos e, no outro, há um aerofólio. Nessas condições, podemos dizer que

A) em ambos os projetos o atrito será aumentado em relação ao projeto original.
B) em ambos os projetos o atrito será diminuído em relação ao projeto original.
C) o atrito será maior no carro com aerofólio.
D) o atrito será maior no carro com pneus mais largos.
E) nenhum dos projetos alterará o atrito.

11. (UDESC-SC–2009) O gráfico a seguir representa a força de atrito (F_{At}) entre um cubo de borracha de 100 g e uma superfície horizontal de concreto, quando uma força externa é aplicada ao cubo de borracha.

Assinale a alternativa **CORRETA**, em relação à situação descrita pelo gráfico.

A) O coeficiente de atrito cinético é 0,8.
B) Não há movimento relativo entre o cubo e a superfície antes que a força de atrito alcance o valor de 1,0 N.
C) O coeficiente de atrito estático é 0,8.
D) O coeficiente de atrito cinético é 1,0.
E) Há movimento relativo entre o cubo e a superfície para qualquer valor da força de atrito.

12. (CEFET-MG) Considere a queda de um pingo de chuva (gota-d'água). Sabe-se que, a partir de certa altitude, a intensidade da força de resistência do ar (força de atrito) que age sobre o pingo de chuva iguala-se à intensidade da força-peso desse pingo. Nessas circunstâncias, o pingo de chuva

A) para.

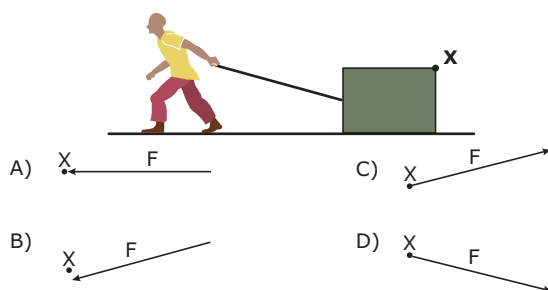
B) continua seu movimento, à velocidade constante.

C) continua seu movimento desacelerado.

D) continua seu movimento, à velocidade uniformemente variada.

13. (UERJ) Uma caixa está sendo puxada por um trabalhador, conforme mostra a figura.

Para diminuir a força de atrito entre a caixa e o chão, aplica-se, no ponto X, uma força F.

O segmento orientado que pode representar essa força está indicado na alternativa:

14. (PUC RS–2007) Sobre uma gota de chuva atuam, principalmente, duas forças: o peso e a força de resistência do ar, ambas com direções verticais, mas com sentidos opostos. A partir de uma determinada altura h em relação ao solo, estando a gota com velocidade v, essas duas forças passam a ter o mesmo módulo.

Considerando a aceleração da gravidade constante, é **CORRETO** afirmar que

A) o módulo da força, devido à resistência do ar, não se altera desde o início da sua queda.

B) o módulo do peso da gota varia durante a sua queda.

C) durante a queda, a aceleração da gota aumenta.

D) a velocidade com que a gota atinge o solo é v.

E) a partir da altura h até o solo, a velocidade da gota vai diminuir.

15. (UEL-PR) A força de atrito é sempre dissipativa e resiste ao movimento, mas há situações em que, embora essa força seja resistente ao movimento, ela possibilita que o movimento seja favorecido. Assinale a alternativa que apresenta a situação física em que a força de atrito com a superfície, ou de resistência de um fluido, favorece o movimento.

A) Força de resistência do ar que atua em um automóvel em movimento.

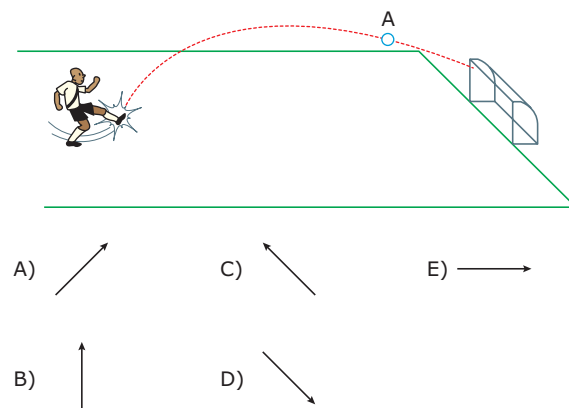
B) Força de resistência do ar que atua em um paraquedas.

C) Força de atrito entre duas placas, de vidro bem polido, molhadas.

D) Força de atrito que o chão aplica nos pneus de um carro em movimento.

E) Força de atrito entre o pistão e o cilindro no motor do automóvel.

16. (UFRRJ) No último jogo do Vasco contra o Flamengo, um certo jogador chutou a bola, e a trajetória vista por um repórter, que estava parado em uma das laterais do campo, é mostrada na figura a seguir.

Admita que a trajetória não é uma parábola perfeita e que existe atrito da bola com o ar durante a sua trajetória. No ponto A, o segmento de reta orientado que **MELHOR** representa a força de atrito atuante na bola é

17. (CEFET-CE–2007) Em um lançamento vertical, um corpo sobe e desce sob a ação da força peso e da força de resistência do ar. A respeito da velocidade, da aceleração e da força de resistência do ar, no ponto mais alto da trajetória, é(são) nula(s)

A) somente a velocidade.

B) somente a aceleração.

C) somente a velocidade e a aceleração.

D) somente a velocidade e a força de resistência do ar.

E) a velocidade, a aceleração e a força de resistência do ar.

SEÇÃO ENEM

01. Ao passar ao lado de uma carreta e de um carro acidentados, três garotos, Gabriel, Tomás e José começam a discutir sobre fatores que poderiam ter contribuído para que o acidente acontecesse, como velocidade dos veículos, distância entre eles, etc. São feitas as seguintes observações:

Gabriel: "Se todas as condições iniciais fossem as mesmas, mas se a carreta tivesse um número de rodas maior, a força de atrito entre o solo e os pneus seria maior e, consequentemente, a carreta poderia frear a uma distância menor."

Tomás: "A carreta pararia mais rápido se o número de pneus se mantivesse o mesmo, porém com estes possuindo maior largura".

José: "Penso que a força de atrito independe da área de contato entre as superfícies; logo, a distância de frenagem da carreta independe do número de rodas e da largura dos pneus".

Das conclusões tiradas por Gabriel, Tomás e José, podemos afirmar que

A) somente Gabriel está correto.

B) somente Tomás está correto.

C) somente José está correto.

D) Gabriel e Tomás estão corretos.

E) Gabriel, Tomás e José estão errados.

02. *Sempre que times de futebol brasileiros jogam na Bolívia, os locutores esportivos mencionam os efeitos da baixa resistência do ar dificultando a vida dos goleiros e fazendo a felicidade dos batedores de falta. Para velocidades típicas das bolas de futebol, a intensidade da força de resistência F é dada pela Lei de Newton:*

$$F = C\frac{dv^2}{2}A$$

Em que A é a área da seção reta da bola, d é a densidade absoluta do ar, v é a velocidade da bola relativamente ao fluido, e C é o coeficiente de resistência do ar. O valor de C depende da forma do corpo que se move no ar.

Disponível em: <http://www.feiradeciencias.com.br/sala07/07_T02_02.asp>. Acesso em: 14 dez. 2010 (Adaptação).

Sobre a força de arrasto que atua em uma bola, podemos afirmar que

A) bolas de futebol de diâmetros diferentes estão sujeitas a forças de resistências iguais caso sejam lançadas com a mesma velocidade e no mesmo local.

B) o módulo da força de arrasto que atua sobre uma bola lançada com velocidade v é duas vezes menor que o módulo da força que atua sobre uma bola lançada com velocidade 2v.

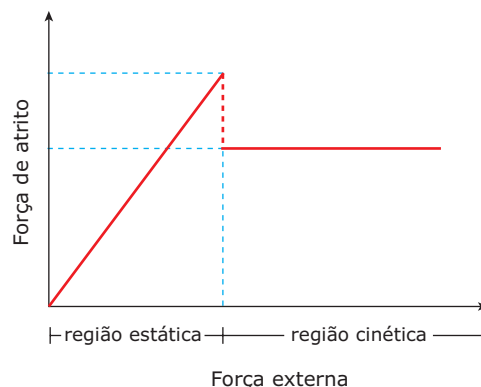
C) bolas de futebol com diferentes formatos (como as de futebol americano, que são ovaladas) apresentam o mesmo valor para o coeficiente de resistência C.

D) dois chutes realizados à mesma distância, na mesma bola e com esta atingindo a mesma velocidade final, devem ser dados com forças de intensidades diferentes caso os locais apresentem diferentes densidades do ar.

E) duas bolas perfeitamente redondas, de raios diferentes, movendo-se no mesmo local, podem estar sujeitas a forças de arrasto de mesma intensidade quando se movem a iguais velocidades.

03. *Parar um automóvel repentinamente em uma rua escorregadia pode ser desafiador. Os sistemas de freios antitravamento (ABS, anti-lock braking system) diminuem o desafio dessa situação muitas vezes enervante*[...] *Uma roda que desliza (a área da pegada do pneu escorrega em relação à estrada) tem menos aderência que uma roda que não está deslizando*[...] *Ao evitar o deslizamento das rodas durante a frenagem, os freios antitravamento beneficiam você de duas maneiras: você irá parar mais rápido e será capaz de mudar a trajetória do carro enquanto freia.*

Disponível em: <http://carros.hsw.uol.com.br/freios-abs.htm>. Acesso em: 14 fev. 2011.

O gráfico a seguir mostra como varia a intensidade da força de atrito que atua sobre um corpo em função do módulo da força externa que atua sobre esse corpo.

A maior segurança proporcionada pelos carros que possuem freios ABS, em relação aqueles que não possuem esse sistema de freio, se deve

A) à diferença entre os valores dos coeficientes de atrito estático máximo e de atrito cinético entre as superfícies do pneu e do solo.

B) ao fato de o módulo da força de atrito estático que atua sobre os pneus de um carro que possui ABS, quando o carro está freiando, ser menor que o módulo da força de atrito cinético.

C) ao fato de que a força de atrito que atua sobre os pneus de um carro que possui ABS, quando o carro está freiando, possui intensidade próxima à da força de atrito estático máximo.

D) ao fato de a resultante das forças que atuam em um carro que está freiando estar orientada sempre no sentido oposto ao do movimento.

E) ao fato de o módulo da força normal que atua sobre os carros apresentar, sempre, o mesmo valor, quer o carro esteja freiando ou não.

GABARITO

Fixação

01. A	02. D	03. A	04. A	05. A

Propostos

01. B	05. B	09. D	13. C	17. D
02. A	06. B	10. C	14. D	
03. B	07. E	11. A	15. D	
04. C	08. B	12. B	16. C	

Seção Enem

01. C	02. D	03. C

FÍSICA

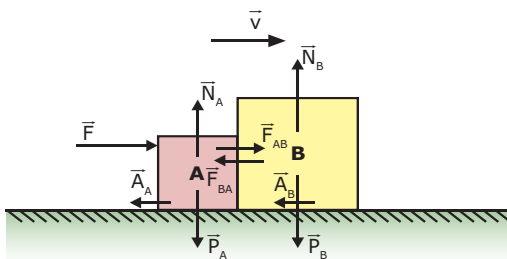
MÓDULO 08 FRENTE A

Aplicações das Leis de Newton

Anteriormente, estudamos os fundamentos das Leis de Newton para o movimento dos corpos. Utilizando essas leis, os homens puderam interpretar e compreender grande parte dos fenômenos da natureza e também desenvolver dispositivos que permitiram ao ser humano visitar e / ou enviar sondas espaciais a outros astros do Sistema Solar. Descreveremos neste módulo algumas das aplicações das Leis de Newton para situações simples, mas nem por isso menos importantes, como os sistemas de blocos, o plano inclinado, a dinâmica do elevador e as forças sobre polias em movimento circular.

SISTEMAS DE BLOCOS

Quando uma força F atua sobre um sistema de blocos, os blocos que compõem esse sistema ficam sujeitos a deslocamentos iguais em um mesmo intervalo de tempo, desde que permaneçam em contato uns com os outros e que não haja deslizamento entre eles. Assim, instante após instante, os blocos estão sujeitos a velocidades e a acelerações de mesmo módulo. Essa é uma condição essencial que deve ser observada na análise de situações desse tipo.

A figura seguinte mostra um sistema de blocos apoiado sobre uma superfície horizontal rugosa e colocado em movimento devido à ação da força $\vec{F}$ horizontal.

As forças que atuam em cada um dos blocos A e B, respectivamente, são:

- $\vec{P}_A$ e $\vec{P}_B$ → forças peso, exercidas pela Terra sobre os blocos.
- $\vec{N}_A$ e $\vec{N}_B$ → forças normais, exercidas pela superfície sobre os blocos.
- $\vec{A}_A$ e $\vec{A}_B$ → forças de atrito cinético, exercidas pela superfície sobre os blocos.
- $\vec{F}_{BA}$ e $\vec{F}_{AB}$ → forças internas do sistema; forças que os blocos exercem um sobre o outro e que apresentam módulos iguais.
- $\vec{F}$ → força aplicada sobre o bloco A por um agente externo.

Nessa situação, as forças peso e normal que atuam sobre o bloco A anulam-se mutuamente; o mesmo ocorre com as forças peso e normal que atuam sobre o bloco B. Logo, a resultante das forças que atuam na direção vertical é zero. Temos, então, que a força resultante que atua sobre cada um dos blocos é dada por:

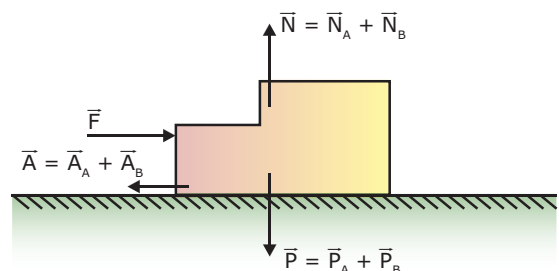
$$F_{R_A} = F - (A_A + F_{BA}) \Rightarrow m_A a = F - A_A - F_{BA}$$

$$F_{R_B} = F_{AB} - A_B \Rightarrow m_B a = F_{AB} - A_B$$

Lembrando que $F_{AB} = F_{BA}$ e somando as duas equações anteriores, chegamos a uma equação que nos permite determinar a aceleração comum aos dois blocos:

$$m_A a + m_B a = F - A_A - A_B$$

$$(m_A + m_B)a = F - (A_A + A_B)$$

Se considerarmos o sistema dos dois blocos como um bloco único, teremos o seguinte diagrama de forças para a situação:

A partir desse diagrama de forças, temos que a força resultante que atua sobre o sistema é dada por:

$$F_R = F - A_A - A_B$$

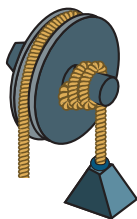
$$(m_A + m_B)a = F - (A_A + A_B)$$

Observe que esse resultado é idêntico ao resultado que obtivemos quando realizamos a análise das forças que atuam sobre cada um dos blocos isoladamente.

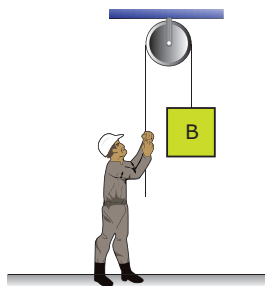
Na análise de situações desse tipo, devemos considerar três casos:

- Se o módulo da força F for maior que a soma dos módulos das forças de atrito que atuam sobre os blocos A e B, estes estarão em movimento acelerado e com a mesma aceleração.
- Se o módulo da força F for menor que a soma dos módulos das forças de atrito que atuam sobre os blocos A e B, estes estarão em movimento retardado, os dois com a mesma aceleração.
- Se o módulo da força F for igual à soma dos módulos das forças de atrito que atuam sobre os blocos A e B, estes estarão em movimento retilíneo uniforme ou em repouso.

POLIA

As polias ou roldanas são dispositivos indispensáveis às máquinas, pois permitem reduzir a intensidade das forças necessárias para mover um corpo, permitindo, também, mudar a direção e / ou o sentido dessas forças. As roldanas também são utilizadas, frequentemente, em obras da construção civil.

Há dois tipos básicos de roldanas, as fixas e as móveis.

Roldanas fixas

Observe a figura a seguir.

Nela, vemos um homem erguendo um bloco por meio de uma roldana fixa. Iremos considerar, nessa situação, que o bloco está sendo erguido com velocidade constante, ou seja, iremos considerar que a força resultante que atua sobre o bloco é nula. Dessa forma, temos que a força peso do bloco deve ser anulada pela força de tensão, exercida pela corda. Assim, temos:

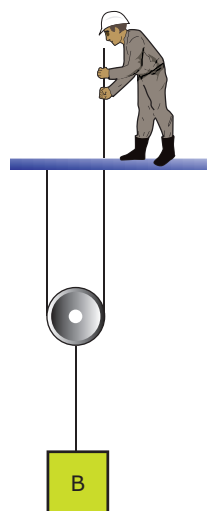
$$T - P = 0 \Rightarrow T = P$$

Temos também que, estando o sistema em equilíbrio, a força exercida pelo homem possui a mesma intensidade que a tensão. Logo:

$$F = T \Rightarrow F = P$$

Ou seja, a força que o homem deve exercer para erguer o bloco com velocidade constante, utilizando uma roldana fixa, possui a mesma intensidade que a força peso do bloco. Isso ocorre sempre que uma roldana fixa é utilizada. As roldanas fixas têm a função de mudar a direção e / ou o sentido das forças que devem ser exercidas para realizar certo trabalho. No entanto, elas não alteram a intensidade dessas forças.

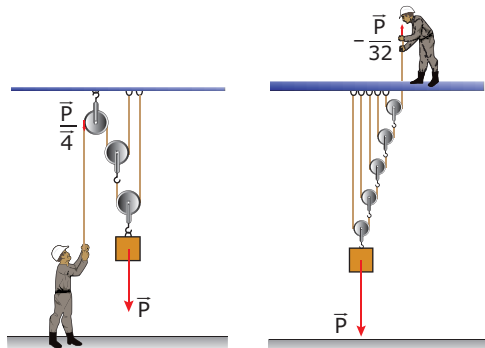
Roldanas móveis

A figura seguinte mostra um bloco sendo erguido por meio de uma roldana móvel. Vamos considerar que o bloco esteja em equilíbrio, ou seja, a força resultante que atua sobre o bloco é zero.

Nessa situação, a força peso do bloco deve ser anulada por uma força de mesma intensidade, mesma direção e sentido oposto. Observe que a roldana móvel é sustentada por uma corda "dobrada", ou seja, a corda exerce uma força de tração T sobre os dois lados da roldana, o direito e o esquerdo. Assim, temos que o peso do bloco é anulado por uma força 2T. Logo:

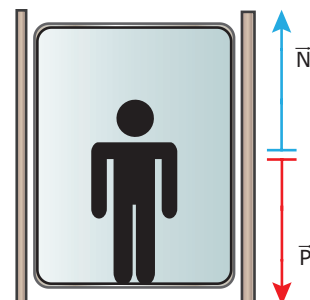
$$2T = P \Rightarrow T = P/2$$

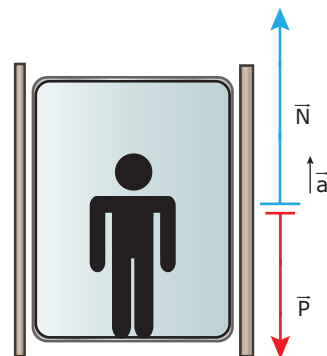
Ou seja, a utilização de uma roldana móvel permitiu que o bloco fosse erguido com uma força que possui metade da intensidade da força peso do bloco. Sempre que uma roldana móvel for utilizada para realizar certa tarefa, haverá uma redução na intensidade da força necessária para a sua realização.

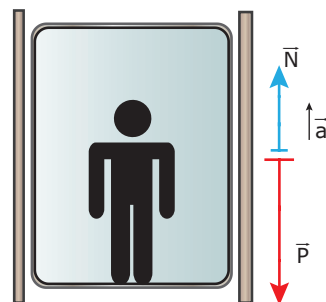
A utilização de um sistema de roldanas pode reduzir consideravelmente o módulo da força necessária para elevar um objeto; porém, existe um custo para essa redução de força. Quanto maior for a redução da força, maior será a distância ao longo da qual a força deverá agir. Por exemplo, se o módulo da força aplicada for reduzido à metade,

teremos de puxar um comprimento de corda duas vezes maior que a altura de subida do objeto; se o módulo da força for reduzido a um terço, teremos de puxar um comprimento três vezes maior, e assim por diante. Essa relação entre força aplicada e comprimento de corda a ser puxado pode ser mais facilmente entendida se pensarmos em apenas uma roldana móvel, como aquela da figura anterior. Para a pessoa elevar o bloco de uma altura h, ela deverá puxar um comprimento 2h de corda, porque metade desse valor refere-se à elevação da corda no lado direito da roldana, enquanto a outra metade é devida à parte da corda que se movimenta para baixo, no lado esquerdo da roldana. De uma forma geral, como dissemos, o comprimento de corda puxado aumenta na razão inversa do esforço feito. Por exemplo, na primeira situação da figura a seguir, em que identificamos duas roldanas móveis (a roldana mais à esquerda é fixa), o operário exerce uma força de intensidade igual a 1/4 do peso do bloco para sustentar este. Para erguê-lo de 1 metro, contudo, ele deverá puxar 4 metros de corda. E na outra situação, em que todas as roldanas são móveis, você saberia dizer quantos metros de corda o operário deve puxar para levantar o bloco de 1 metro?

DINÂMICA NO ELEVADOR

Vimos que o módulo da força peso de um objeto depende exclusivamente da massa do objeto e do local em que esse objeto se encontra em um campo gravitacional (P = mg). Na prática, utilizamos aparelhos, como uma balança de banheiro, para medir, de maneira indireta, o módulo do peso dos objetos. Ao subirmos em uma balança, estamos, a rigor, medindo o valor da força de compressão que nosso corpo exerce sobre o piso da balança (força de compressão normal).

Imagine que uma pessoa, de massa m, entre em um elevador que se encontra inicialmente em repouso. Nesse caso, a resultante das forças que atuam sobre a pessoa é zero ($F_R = 0$), pois ela se encontra em equilíbrio, indicando que o módulo da força normal é igual ao módulo da força peso (P = N). O mesmo aconteceria se o elevador estivesse subindo ou descendo com velocidade constante. O corpo ainda estaria em equilíbrio, e as forças peso e normal se anulariam, como mostra a figura seguinte.

MRU ou REPOUSO $\Rightarrow F_R = 0 \Rightarrow N = P \Rightarrow a = 0$

Sabemos que, quando estamos dentro de um elevador e ele inicia seu movimento de subida, ou quando está descendo e freia, temos a sensação de que estamos mais "pesados", isto é, comprimimos o solo com uma força maior que a usual. Nessas duas situações, a resultante das forças que atuam sobre nosso corpo está voltada para cima, pois o módulo da força normal é maior que o módulo da força peso.

Iniciar o movimento de subida ou frear quando desce
$\Rightarrow F_R > 0 \Rightarrow N > P \Rightarrow a > 0$

Agora, quando o elevador inicia o movimento de descida, ou quando ele está subindo e freia, temos a sensação de que estamos mais "leves" que o usual, isto é, comprimimos o solo com uma força de menor intensidade. Nessas duas situações, a resultante das forças que atuam sobre o corpo está para baixo, pois o módulo da força normal é menor que o módulo da força peso.

Iniciar o movimento de descida ou frear quando sobe
$\Rightarrow F_R < 0 \Rightarrow N < P \Rightarrow a < 0$

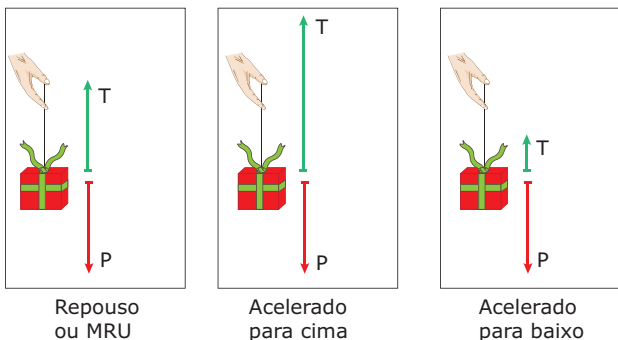
Observe que, na análise dos dois últimos casos, sempre mencionamos a variação no módulo da força normal, aumentando ou diminuindo, pois o módulo da força peso não varia. Ele permanece constante em qualquer situação, desde que os valores da massa do corpo e do campo gravitacional da Terra não variem.

Um caso extremo é aquele no qual o cabo do elevador se rompe e este cai em queda livre. Nessa situação, não há compressão do solo, portanto, não há força normal. Se você subisse em uma balança que se encontra dentro do elevador, nessa situação, ela registraria um valor nulo, pois todos os objetos dentro do elevador cairiam com a mesma aceleração da gravidade g.

O mesmo raciocínio que apresentamos para a relação entre a força peso e a força normal em um elevador também se aplica na relação entre a força peso e a força de tensão que uma corda exerce sobre um corpo suspenso por ela dentro de um elevador. A figura a seguir mostra casos semelhantes aos discutidos anteriormente, em que o elevador acha-se em equilíbrio ou em movimento acelerado. Observe que, para qualquer situação, o peso do pacote não se altera. A força que muda de valor e que se adapta à situação em questão é a força exercida pelo fio sobre o pacote (e que tem o mesmo módulo da tensão na corda). A seguir, apresentamos um exercício resolvido para exemplificar, quantitativamente, uma análise das forças que atuam sobre corpos no interior de um elevador.

Repouso ou MRU

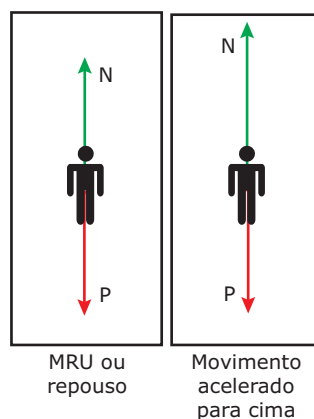
Acelerado para cima

Acelerado para baixo

EXERCÍCIO RESOLVIDO

01. Um garoto entra em um elevador que se encontra em repouso no andar térreo de um edifício. Dentro do elevador, há uma balança que registra um valor de 600 N para o peso do garoto. Ao acionar o botão para se deslocar para o 5º andar, ele nota que a marcação da balança aumentou para 650 N e, posteriormente, voltou aos 600 N. Explicar por que os valores registrados pela balança para o peso do garoto apresentaram tal variação. Calcular a aceleração de arranque do elevador.

Resolução:

O esquema a seguir representa as forças que atuam no garoto antes e durante o momento em que o elevador inicia sua ascensão. Lembre-se de que o diagrama de forças do garoto, na situação em que ele se encontra em MRU, é idêntico ao diagrama de forças do garoto quando este se encontra em repouso. Nessas situações, a força resultante sobre o garoto é nula; logo, a força normal e a força peso possuem a mesma intensidade. Dessa forma, a balança marca o peso real do menino. Quando o elevador inicia seu movimento de ascensão, uma força resultante para cima deve atuar sobre o garoto, pois ele também é acelerado para cima. Logo, o módulo da força normal deve ser maior que o módulo da força peso, como mostra o diagrama da direita. Nessa situação, com o módulo da velocidade do elevador aumentando, a balança registra um peso aparente para o garoto maior que o peso real, pois a força normal é maior que a força peso.

MRU ou repouso | Movimento acelerado para cima

Para calcular a aceleração de arranque do elevador, podemos aplicar a 2ª Lei de Newton, de forma que:

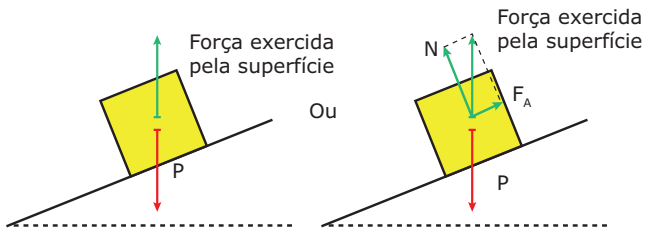
$F_R = ma \Rightarrow N - P = ma$

No arranque do elevador, N = 650 N. O peso do garoto é P = 600 N, e a sua massa, portanto, vale m = 60 kg (admitindo $g = 10\ m/s^2$). Substituindo esses dados na equação anterior, obtemos:

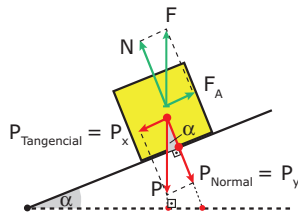
$650 - 600 = 60a \Rightarrow a = 0{,}83\ m/s^2$

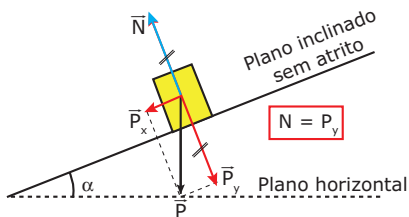
PLANO INCLINADO

Um dos sistemas mais simples utilizados para elevar objetos é o plano inclinado. A vantagem em sua utilização, para elevar um objeto até uma altura h, consiste no fato de realizarmos uma força menor do que a que é necessária para elevar esse objeto, até a altura h, diretamente na vertical.

Consideremos um bloco em repouso, em um plano inclinado com atrito. Sabe-se que a resultante das forças que atuam sobre o bloco deve ser nula. Logo, deve haver uma força vertical para cima atuando sobre o bloco, de modo a anular-se com a força peso, vertical e para baixo.

A força que a superfície exerce sobre o bloco pode ser decomposta em duas componentes perpendiculares, a força normal e a força de atrito.

De modo semelhante, a força peso que atua sobre o bloco pode ser decomposta em duas componentes perpendiculares: uma paralela à superfície (P_x) e outra perpendicular a esta (P_y). Os valores dessas componentes podem ser calculados utilizando-se relações trigonométricas. Considerando a condição de equilíbrio do bloco, podemos deduzir que:

$$P_x = F_A \text{ e } P_y = N$$

Nessa figura, observe que o ângulo entre o plano inclinado e o solo e o ângulo entre $\vec{P}$ e $\vec{P}_y$ são formados por lados perpendiculares entre si. Por isso, esses ângulos são congruentes. Assim, os módulos de P_x e de P_y podem ser calculados por meio das relações P_x = P.sen α e P_y = P.cos α.

Uma situação interessante é aquela na qual um objeto desce ou sobe um plano inclinado sem atrito, como mostra a figura a seguir.

Ao decompormos as forças que atuam sobre o bloco, percebemos que a componente (P_x) é a força resultante que atua sobre ele, ou seja, é a força responsável pela aceleração do bloco. O módulo dessa aceleração pode ser facilmente determinado; veja:

Direção Y: $P_y = N \Rightarrow$ equilíbrio ($F_R = 0$)

Direção X: $F_R = P_x \Rightarrow$ movimento acelerado

Desenvolvendo a igualdade $F_R = P_x$, teremos:

$P_x = ma \Rightarrow P.\text{sen } \alpha = ma \Rightarrow mg.\text{sen } \alpha = ma$

$\Rightarrow a = g.\text{sen } \alpha$ (plano inclinado sem atrito)

Observe que a equação anterior é uma relação geral para o plano inclinado sem atrito. Ela permite calcular a aceleração que atua sobre um objeto quando o ângulo do plano inclinado varia de 0º a 90º. Para esses valores, encontramos os seguintes resultados:

$\alpha = 0º \Rightarrow a = g.\text{sen } 0º = g.0 = 0$ (repouso ou MRU)

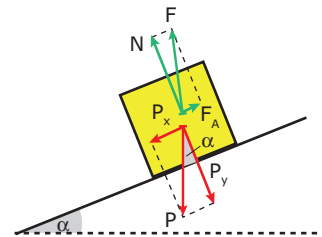
$\alpha = 90º \Rightarrow a = g.\text{sen } 90º = g.1 = g$ (queda livre)

Observe que o valor da aceleração que atua sobre o objeto não depende do valor de sua massa.

EXERCÍCIO RESOLVIDO

02. Um bloco de massa m é solto em um plano inclinado, cuja superfície apresenta atrito. Sabe-se que o movimento apresentado pelo bloco é acelerado. Determinar uma expressão que nos permita calcular o módulo da aceleração do bloco, em função de α, μ e g (α é o ângulo entre o plano inclinado e a horizontal, e μ é o coeficiente de atrito cinético).

Resolução:

A situação pode ser representada pela figura seguinte.

Como o movimento é acelerado na direção do plano inclinado, podemos escrever que:

$$F_R = ma \Rightarrow P_x - F_A = ma$$

Sabemos que P_x = P.sen α e F_A = μN. Sabemos também que N = P_y = P.cos α.

Realizando as substituições, temos:

$P_x - F_A = ma$

$P.\text{sen } \alpha - \mu N = ma$

$mg.\text{sen } \alpha - \mu P_y = ma$

$mg.\text{sen } \alpha - \mu P.\cos \alpha = ma$

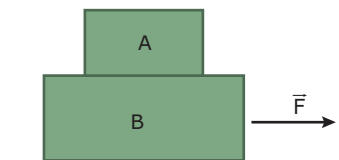
$mg.\text{sen } \alpha - \mu mg.\cos \alpha = ma$

$g.\text{sen } \alpha - \mu g.\cos \alpha = a$

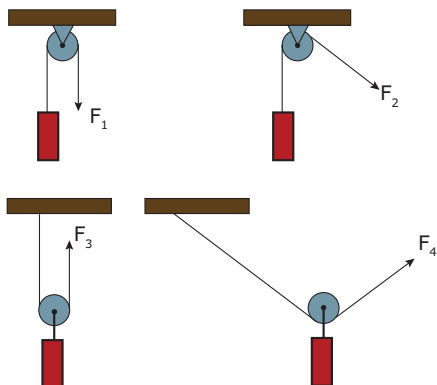
$a = g(\text{sen } \alpha - \mu \cos \alpha)$

Comentário: Se o bloco for lançado de baixo para cima, o seu movimento será retardado. Nesse caso, a força de atrito $\vec{F}_A$ e a componente $\vec{P}_x$ do peso do bloco estarão no mesmo sentido. Por isso, seus efeitos se somarão, de forma que a desaceleração de frenagem é maior do que a aceleração de descida. Faça você mesmo os cálculos e verifique que, nesse caso, a desaceleração é dada por $a = g(\text{sen } \alpha + \mu \cos \alpha)$. Observe ainda que fazendo μ = 0 nessa equação, ou na expressão da aceleração de descida, obtemos a expressão a = g.sen α, que, conforme vimos, fornece a aceleração em um plano inclinado liso.

EXERCÍCIOS DE FIXAÇÃO

01. (PUC Rio–2009)

Dois blocos A e B, cujas massas são m_A = 5,0 kg e m_B = 10,0 kg, estão posicionados como mostra a figura anterior. Sabendo que a superfície de contato entre A e B possui o coeficiente de atrito estático μ_C = 0,3 e que B desliza sobre uma superfície sem atrito, determine a aceleração máxima que pode ser aplicada ao sistema, ao puxarmos uma corda amarrada ao bloco B com força F, sem que haja escorregamento do bloco A sobre o bloco B. Considere g = 10,0 m/s².

A) 7,0 m/s²
B) 6,0 m/s²
C) 5,0 m/s²
D) 4,0 m/s²
E) 3,0 m/s²

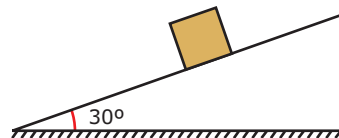
02. (UFMG–2009) Observe estes quatro sistemas de roldanas, em que objetos de mesma massa são mantidos suspensos, em equilíbrio, por uma força aplicada na extremidade da corda.

Sejam F_1, F_2, F_3 e F_4 as forças que atuam numa das extremidades das cordas em cada um desses sistemas, como representado na figura.

Observe que, em dois desses sistemas, a roldana é fixa e, nos outros dois, ela é móvel.

Considere que, em cada um desses sistemas, a roldana pode girar livremente ao redor do seu eixo, que a corda é inextensível, e que a massa da roldana e a da corda são desprezíveis.

Considerando-se essas informações, em relação aos módulos dessas quatro forças, é **CORRETO** afirmar que

A) $F_1 = F_2$ e $F_3 = F_4$.
B) $F_1 < F_2$ e $F_3 < F_4$.
C) $F_1 = F_2$ e $F_3 < F_4$.
D) $F_1 < F_2$ e $F_3 = F_4$.

03. (CEFET-MG–2009) A figura a seguir mostra um bloco de peso igual a 10 N, prestes a se mover sobre um plano inclinado de ângulo 30°.

Analisando essa situação, é **CORRETO** concluir que a(o)

A) força de atrito estático máximo sobre o bloco vale 8,0 N.
B) força de reação normal do plano sobre o bloco é $5\sqrt{3}$ N.
C) aceleração do bloco, caso ele desça o plano, é 5 m/s².
D) coeficiente de atrito cinético entre o plano e o bloco vale 0,5.
E) coeficiente de atrito estático entre o plano e o bloco é $3\sqrt{3}$.

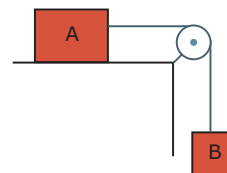
04. (UFLA-MG–2009) Um estudante com massa de 70 kg, a fim de verificar as leis da Física, sobe em uma balança dentro de um elevador. O elevador entra em movimento, e a balança passa a indicar o valor de 60 kg. O estudante conclui que o elevador está

A) descendo com velocidade constante.
B) subindo e aumentando sua velocidade.
C) descendo e aumentando sua velocidade.
D) subindo com velocidade constante.

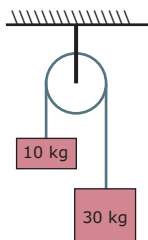
05. (UFV-MG–2009) Um atleta de massa m sobe uma corda leve vertical com seus próprios braços. A aceleração do atleta é constante e vale a. Se g é a aceleração da gravidade, a tensão na corda vale

A) m(g – a). B) mg. C) ma. D) m(g + a).

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

01. (PUC Minas–2007) Na figura, o bloco A tem uma massa M_A = 80 kg e o bloco B, uma massa M_B = 20 kg. São ainda desprezíveis os atritos e as inércias do fio e da polia e considera-se g = 10 m/s².

Sobre a aceleração do bloco B, pode-se afirmar que ela será de

A) 10 m/s² para baixo.
B) 4,0 m/s² para cima.
C) 4,0 m/s² para baixo.
D) 2,0 m/s² para baixo.

02. (PUC Minas–2009) Na montagem experimental ilustrada a seguir, os fios e a polia têm massas desprezíveis e pode-se desconsiderar o atrito no eixo da polia. Nessas condições, é **CORRETO** afirmar:

Considere: g = 10 m/s^2.

A) Os corpos movem-se com velocidade constante.

B) A tensão no fio é de 30 N.

C) A força do conjunto sobre a haste de sustentação é de 50 N.

D) A aceleração dos corpos é de 5,0 m/s^2.

03. (UFTM-MG–2010) A Dinâmica é, muitas vezes, prejudicada por um tratamento puramente matemático dos seus problemas. Exemplo disso é a vasta coleção de problemas que tratam de "bloquinhos" ou "corpos" que, sob a ação de forças, movimentam-se em superfícies ideais, etc. Desejando reverter essa visão da Dinâmica, um professor aplica para seus alunos o seguinte exercício:

Dois blocos A e B, de massas respectivamente iguais a 2 kg e 3 kg, encontram-se atados por um fio ideal e inextensível, apoiados sobre um piso plano e horizontal. Sobre o corpo B, uma força F de intensidade 20 N faz o conjunto se movimentar a partir do repouso.

Para surpresa dos alunos, em vez das esperadas perguntas "qual a aceleração do conjunto?" e "qual a tração no fio?", o professor elabora afirmações para que seus alunos julguem corretamente se certas ou erradas.

I. Em cada bloco, a força peso e a força normal da superfície se anulam, visto que são, pela Terceira Lei de Newton, ação e reação, tendo a mesma intensidade, direção e sentidos opostos.

II. Para esse problema, a Lei da Inércia não se aplica na direção horizontal, uma vez que o sistema de blocos assume um movimento acelerado.

III. Da esquerda para a direita, as forças resultantes sobre os bloquinhos crescem, em termos de sua intensidade.

É **CORRETO** o contido apenas em

A) I.

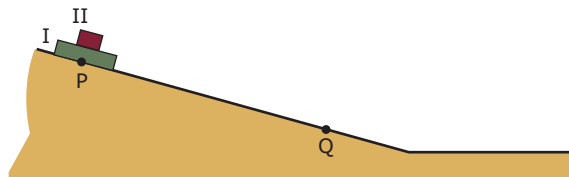
B) II.

C) I e II.

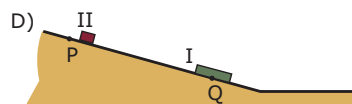
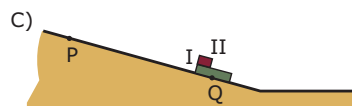
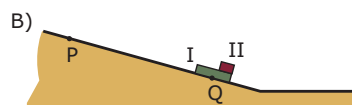
D) I e III.

E) II e III.

04. (UFMG–2008) Durante uma aula de Física, o professor Domingos Sávio faz, para seus alunos, a demonstração que se descreve a seguir.

Inicialmente, dois blocos – I e II – são colocados, um sobre o outro, no ponto P, no alto de uma rampa, como representado nesta figura:

Em seguida, solta-se o conjunto formado por esses dois blocos.

Despreze a resistência do ar e o atrito entre as superfícies envolvidas.

Assinale a alternativa cuja figura **MELHOR** representa a posição de cada um desses dois blocos, quando o bloco I estiver passando pelo ponto Q da rampa.

A)
B)
C)
D)
05. (UFV-MG–2009) Uma pessoa de 60 kg sobe em uma balança de mola que está dentro de um elevador, e as seguintes situações se apresentam:

A – O elevador sobe com aceleração constante de 2 m/s^2.

B – O elevador desce com aceleração constante de 2 m/s^2.

C – O elevador cai em queda livre, quando os cabos de sustentação se rompem.

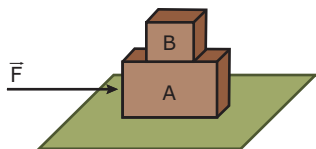
Considerando a aceleração da gravidade igual a 10 m/s^2, as indicações da balança, em kg, para os casos A, B e C, serão, respectivamente,

A) 72, 48, 0.

B) 48, 72, 0.

C) 72, 48, 60.

D) 48, 72, 60.

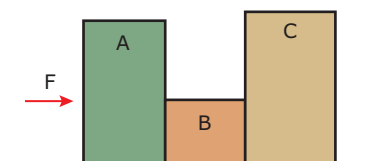
06. (UFU-MG–2006) Uma força é aplicada a um sistema de dois blocos, A e B, de massas m_A e m_B, respectivamente, conforme figura a seguir.

O coeficiente de atrito estático entre os blocos A e B é igual a μ_B, e o coeficiente de atrito dinâmico entre o bloco A e o plano horizontal é igual a μ_A. Considerando a aceleração da gravidade igual a g, assinale a alternativa que representa o valor **MÁXIMO** da força horizontal $\vec{F}$ que se pode aplicar ao bloco A, de forma que o bloco B não deslize (em relação ao bloco A).

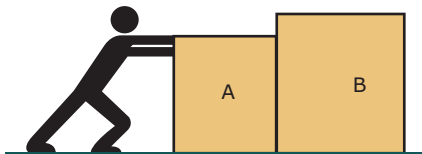
A) $F = (\mu_A + \mu_B)(m_A + m_B)g$

B) $F = \mu_B(m_A + m_B)g$

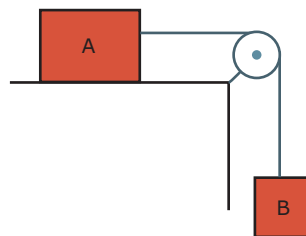
C) $F = (\mu_A - \mu_B)(m_A + m_B)g$

D) $F = \mu_A(m_A + m_B)g$

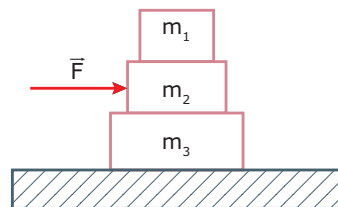
07. (UFPR–2008) Os corpos A, B e C, a seguir representados, possuem massas $m_A = 3$ kg, $m_B = 2$ kg e $m_C = 5$ kg. Considerando que estão apoiados sobre uma superfície horizontal perfeitamente lisa e que a força F vale 20 N, determine a intensidade da força que o corpo A exerce no corpo B.

A) 14 N
B) 8 N
C) 2 N
D) 10 N
E) 12 N

08. (CEFET-MG–2008) Um trabalhador empurra um conjunto formado por dois blocos A e B, de massas 4 kg e 6 kg, respectivamente, exercendo sobre o primeiro uma força horizontal de 50 N, como representado na figura a seguir. Dado: aceleração da gravidade = 10 m/s².

Admitindo-se que não exista atrito entre os blocos e a superfície, o valor da força que A exerce em B, em newtons, é

A) 50. B) 30. C) 20. D) 10.

09. (PUC Minas–2007) Na figura, o bloco A tem uma massa $M_A = 80$ kg, e o bloco B, uma massa $M_B = 20$ kg. São ainda desprezíveis os atritos e as inércias do fio e da polia e considera-se g = 10 m/s².

O módulo da força que traciona o fio é

A) 160 N.
B) 200 N.
C) 400 N.
D) 600 N.

10. (UEL-PR–2009) Considere o sistema constituído por três blocos de massas m_1, m_2 e m_3, apoiados um sobre o outro, em repouso sobre uma superfície horizontal, como mostra a figura a seguir.

Observe que uma força F é aplicada ao bloco de massa m_2, conforme a representação. Entretanto, essa força é incapaz de vencer as forças f_{ij} entre os blocos m_i e m_j, em que i e j variam de 1 a 3.

Desprezando a resistência do ar, assinale a alternativa que representa todas as forças que atuam no bloco de massa m_2, em que N_i representa a normal que atua nos blocos, e o P_i corresponde ao peso dos respectivos blocos, com i variando de 1 a 3.

A)
B)
C)
D)
E)

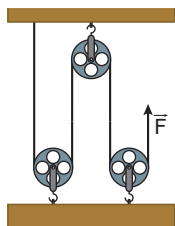
11. (UFF-RJ) O elevador de passageiros começou a ser utilizado em meados do século XIX, favorecendo o redesenho arquitetônico das grandes cidades e modificando os hábitos de moradia.

Suponha que o elevador de um prédio sobe com aceleração constante de 2,0 m/s^2, transportando passageiros cuja massa total é $5,0 \times 10^2$ kg.

Durante esse movimento de subida, o piso do elevador fica submetido à força de

Dado: aceleração da gravidade = 10 m/s^2.

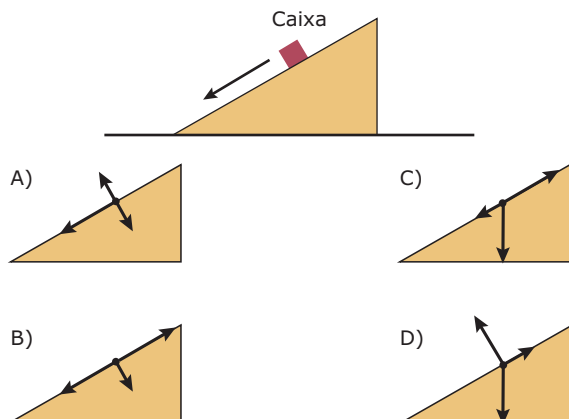
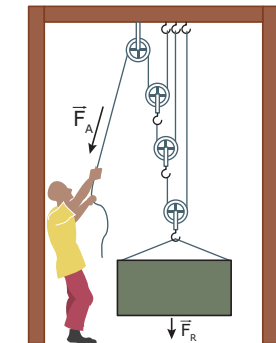
A) $5,0 \times 10^2$ N.
B) $1,5 \times 10^3$ N.
C) $4,0 \times 10^3$ N.
D) $5,0 \times 10^3$ N.
E) $6,0 \times 10^3$ N.

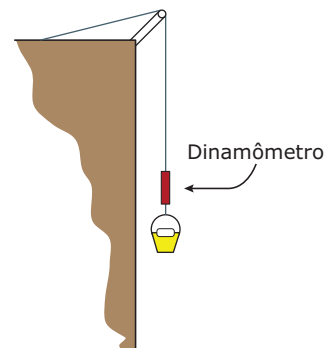
12. (UFTM-MG–2007) O sistema de roldanas apresentado encontra-se em equilíbrio, devido à aplicação da força de intensidade F = 1 000 N.

Essa circunstância permite entender que, ao considerar o sistema ideal, o peso da barra de aço é, em N, de

A) 1 000.
B) 2 000.
C) 3 000.
D) 4 000.
E) 8 000.

13. (UERJ–2009) Uma pequena caixa é lançada sobre um plano inclinado e, depois de um intervalo de tempo, desliza com velocidade constante.

Observe a figura, na qual o segmento orientado indica a direção e o sentido do movimento da caixa.

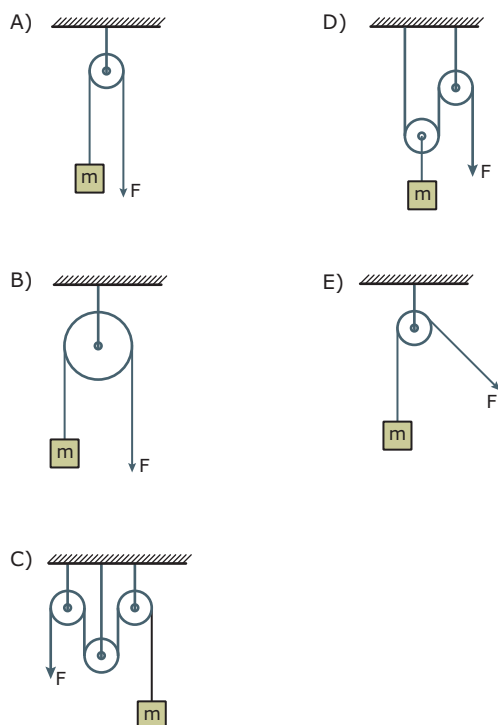
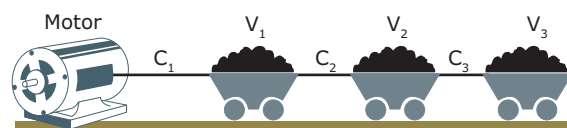
Entre as representações a seguir, a que **MELHOR** indica as forças que atuam sobre a caixa é

14. (CEFET-CE) Na figura a seguir, temos uma combinação de roldanas móveis e fixas, constituindo uma talha exponencial. A força de ação (F_A), a ser aplicada para erguer e manter em equilíbrio uma força de resistência (F_R) de 500 kgf, será de

A) 125 kgf.
B) 250 kgf.
C) 62,5 kgf.
D) 100 kgf.
E) 50 kgf.

15. (UFRRJ–2007) Em uma obra, realizada na cobertura de um prédio, há um sistema para subir e descer material entre o térreo e o último andar por meio de baldes e cordas. Um dos operários, interessado em Física, colocou um dinamômetro na extremidade de uma corda. Durante o transporte de um dos baldes, ele percebeu que o dinamômetro marcava 100 N com o balde em repouso, e 120 N quando o balde passava por um ponto A no meio do trajeto.

A) **DETERMINE** a aceleração do balde no instante em que ele passa pelo ponto A.

B) É possível concluir se, nesse instante, o balde está subindo ou descendo? **JUSTIFIQUE** sua resposta.

SEÇÃO ENEM

01. Alguns mecanismos que são utilizados pelo ser humano no dia a dia têm seu princípio de funcionamento atrelado a leis da Física. Por exemplo, na construção civil, muitas vezes é necessário carregar peças muito pesadas, tarefa que um ser humano, sem ajuda de equipamentos, não conseguiria executar.

Considere que um trabalhador precise levantar uma peça de ferro de massa m = 200 kg. O arranjo que permite ao trabalhador levantar a peça, exercendo a menor força possível, é

A)
D)
B)
E)
C)
02. Três vagões de minério, V_1, V_2 e V_3, são puxados por um motor em um trecho de uma mina, como mostra a figura seguinte. O motor gira sempre no mesmo ritmo, imprimindo uma velocidade constante a todos os vagões.

Os vagões são ligados uns aos outros e ao motor por cabos de aço (C_1, C_2 e C_3) de espessura variável. A escolha dos cabos é feita considerando duas variáveis: a segurança (os cabos não podem se romper) e a economia (opção pelo cabo de menor espessura). Para que não ocorram rompimentos dos cabos e que tenhamos um menor custo de operação, os cabos devem apresentar as seguintes características:

A) Todos os cabos devem ter a mesma espessura, a maior possível.

B) Todos os cabos devem ter a mesma espessura, a menor possível.

C) A espessura do cabo C_1 deve ser menor que a do cabo C_2, e a espessura do C_2 deve ser menor que a do cabo C_3.

D) A espessura do cabo C_1 deve ser maior que a do cabo C_2, e a espessura do C_2 deve ser maior que a do cabo C_3.

E) A espessura do cabo C_1 deve ser igual a do cabo C_3 e maior que a do cabo C_2.

GABARITO

Fixação

01. E
02. C
03. B
04. C
05. D

Propostos

01. D
02. D
03. E
04. A
05. A
06. A
07. A
08. B
09. A
10. B
11. E
12. D
13. D
14. C
15. A) 2 m/s^2
    B) Não é possível concluir, pois só conhecemos a aceleração, e não a velocidade. Assim, o balde pode estar subindo em movimento acelerado ou descendo em movimento retardado.

Seção Enem

01. D 02. D

FÍSICA

Equilíbrio do ponto material

MÓDULO 07

FRENTE B

Em nosso estudo, analisamos várias situações utilizando as Leis de Newton para o movimento. Na maioria delas, as forças atuavam em uma única direção ou em duas direções perpendiculares entre si. Neste módulo, vamos abordar situações em que duas ou mais forças atuam obliquamente entre si, por exemplo, as trações nos dois cabos curvos e nos vários cabos verticais que sustentam a ponte pênsil mostrada na figura 1. Problemas que envolvam forças oblíquas não são mais difíceis de resolver do que aqueles estudados até aqui, mas podem ser mais trabalhosos. Por isso, limitaremos nosso estudo aos casos em que os corpos estão em repouso. Muitas vezes, a distribuição das forças que atuam sobre um corpo pode ser representada com todas as forças partindo de um único ponto de ação, que, nesse caso, se comporta como um ponto material em equilíbrio.

Prefeitura de São Vicente

Figura 1: A ponte pênsil de São Vicente (SP).

A metodologia mais usual para resolver problemas sobre equilíbrio de um ponto material consiste em decompor as forças que atuam sobre esse ponto nas direções x e y (ou mesmo z) de um sistema de eixos ortogonais pré-definido. Por isso, iniciaremos este estudo mostrando como obter as componentes de uma força nessas direções. Em seguida, usando tais componentes, vamos apresentar as condições de equilíbrio para um ponto material. Finalizaremos o módulo com dois exercícios resolvidos que nos ajudarão a sedimentar uma metodologia para a resolução de problemas sobre equilíbrio de um ponto material.

PROJEÇÕES ORTOGONAIS DE UMA FORÇA

Observe a figura 2, que mostra uma força $\vec{F}$, de módulo F = 10 N, formando um ângulo $\theta = 30°$ com o eixo x de um sistema de eixos ortogonais x e y. Naturalmente, o ângulo formado entre o vetor $\vec{F}$ e o eixo y é o complemento de θ e vale 60°. Para obtermos as componentes ortogonais da força $\vec{F}$ sobre os eixos x e y, basta projetarmos essa força sobre esses eixos. A projeção de $\vec{F}$ sobre o eixo x fornece a componente $\vec{F}_x$, enquanto a projeção de $\vec{F}$ sobre o eixo y fornece a componente $\vec{F}_y$. Essas duas componentes estão representadas na figura 2.

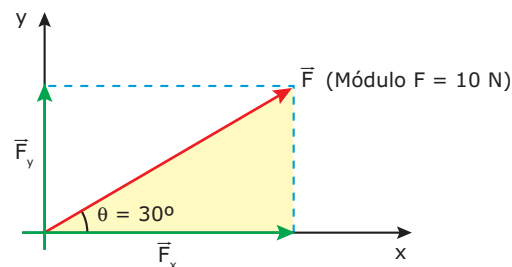



Figura 2: Decomposição de uma força em um sistema de eixos ortogonais.

Método analítico

Podemos obter os módulos das componentes $\vec{F}_x$ e $\vec{F}_y$ de duas formas, analiticamente e graficamente. O método analítico consiste em utilizar as funções seno e cosseno no triângulo retângulo, em destaque na figura 2, formado pela força $\vec{F}$ (hipotenusa), pela componente $\vec{F}_x$ (cateto adjacente a θ) e pela linha pontilhada vertical (cateto oposto a θ). Note que essa linha tem o mesmo comprimento que a componente $\vec{F}_y$, portanto, o módulo de $\vec{F}_y$ é igual ao cateto oposto ao ângulo θ. Utilizando as definições de seno e cosseno, obtemos:

$$\text{sen}\ \theta = \frac{\text{Cateto oposto}}{\text{Hipotenusa}} = \frac{F_y}{F} \Rightarrow F_y = F.\text{sen}\ \theta$$

$$\cos \theta = \frac{\text{Cateto adjacente}}{\text{Hipotenusa}} = \frac{F_x}{F} \Rightarrow F_x = F.\cos \theta$$

Para $\theta = 30°$, temos: sen $\theta = 0,5$ e cos $\theta = 0,87$. Inserindo os valores de sen θ, de cos θ e de F nas equações anteriores, obtemos os módulos de $\vec{F}_x$ e de $\vec{F}_y$:

$$F_x = 10.0,5 = 5,0 \text{ N} \qquad \text{e} \qquad F_y = 10.0,87 = 8,7 \text{ N}$$

Você também pode calcular esses valores usando o triângulo retângulo acima de $\vec{F}$. Por exemplo, tomando como referência o ângulo de 60° entre $\vec{F}$ e $\vec{F}_y$, podemos escrever: F_x = F.sen 60° e F_y = F.cos 60°. Note que, substituindo F = 10 N, cos 60° = 0,5 e sen 60° = 0,87 nessas expressões, obtemos exatamente os valores que foram calculados anteriormente para $\vec{F}_x$ e para $\vec{F}_y$.

Método gráfico

Agora, vamos explicar como obter os módulos de $\vec{F}_x$ e de $\vec{F}_y$ pelo método gráfico. Para aplicar essa técnica, os ângulos formados entre os vetores devem ser desenhados com precisão. Esse é o caso da figura 2, em que os ângulos de 30°, 60° e 90° estão desenhados realmente com essas aberturas. Para calcular os módulos de $\vec{F}_x$ e de $\vec{F}_y$, siga os seguintes passos:

1. Meça, com uma régua milimetrada, os comprimentos da força $\vec{F}$ e das suas componentes $\vec{F}_x$ e $\vec{F}_y$.

2. Calcule o módulo de $\vec{F}_x$, por meio de uma regra de três simples, igualando a razão entre $\vec{F}_x$ e seu respectivo comprimento com a razão entre o módulo de $\vec{F}$, 10 N, e seu respectivo comprimento.

3. Calcule o módulo de $\vec{F}_y$ por meio de um procedimento semelhante ao descrito no passo 2.

Vamos usar alguns valores numéricos para exemplificar os passos anteriores. No passo 1, imagine que o comprimento medido para o módulo do vetor $\vec{F}$ tenha sido de 5,0 cm e que o comprimento medido para o módulo da componente $\vec{F}_x$ tenha sido igual a 4,4 cm. Então, como F = 10 N, o passo 2 consiste em escrever a seguinte igualdade de razões:

$$\frac{F_x}{4,4 \text{ cm}} = \frac{10 \text{ N}}{5,0 \text{ cm}} \Rightarrow F_x = 8,8 \text{ N}$$

Observe que as unidades cm, que aparecem nos denominadores dos dois lados da equação, se cancelam. Observe também que o valor obtido pelo método gráfico é bem próximo de 8,7 N, valor mais preciso, que é obtido pelo método analítico.

Em geral, nas provas de vestibulares, não é permitido o uso de réguas para resolver as questões de Física. Além disso, as figuras das questões podem ser apresentadas fora de escala. Ainda assim, é interessante aprender o método gráfico, pois muitas questões podem ser resolvidas sem muita precisão, de maneira que, mesmo traçando os vetores à mão livre, é possível achar uma resposta adequada para o problema.

CONDIÇÃO DE EQUILÍBRIO PARA UM PONTO MATERIAL

Para discutir as condições de equilíbrio de um ponto material, vamos considerar a figura 3, que mostra três pequenas esferas idênticas, eletrizadas com cargas de mesmo sinal e suspensas por fios isolantes, de comprimento L, que formam um ângulo θ com a vertical. As três esferas estão em equilíbrio estático em posições simétricas ao longo do círculo imaginário, horizontal e de raio R, como mostra a figura. Note que cada esfera está sujeita a quatro forças oblíquas entre si. Uma força é o peso da esfera, outra é a força de tração exercida pelo fio e as outras duas forças são as repulsões elétricas exercidas pelas cargas vizinhas. Essas quatro forças estão indicadas na esfera 3, situada à direita do sistema. As forças de repulsão exercidas pelas esferas 1 e 2 são as forças horizontais $\vec{F}_1$ e $\vec{F}_2$, o peso $\vec{P}$ é vertical, e a tração $\vec{T}$, exercida pelo fio, é inclinada em relação ao plano horizontal. Um sistema de eixos ortogonais xyz, com a origem no centro do círculo, também está indicado na figura 3.

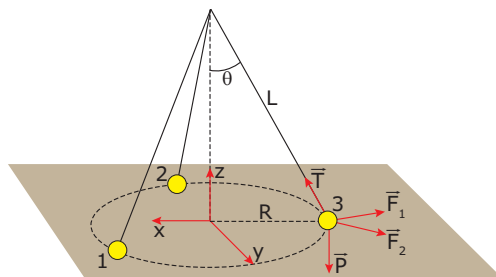



Figura 3: Pontos materiais em equilíbrio estático.

De acordo com a 1ª Lei de Newton, a esfera 3, assim como as esferas 1 e 2, está em equilíbrio porque a resultante de forças sobre ela vale zero. Para simplificar a análise do problema, é melhor decompor a força resultante sobre a esfera 3 em três resultantes parciais, associadas às direções dos eixos x, y e z, e que também valem zero. Assim, a condição de equilíbrio de um ponto material pode ser escrita da seguinte forma:

$$\vec{R}_x = 0; \vec{R}_y = 0 \text{ e } \vec{R}_z = 0$$

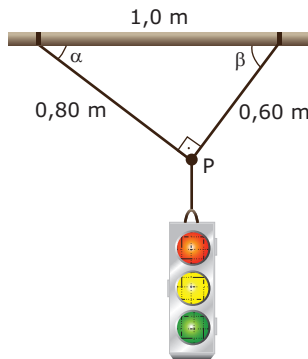
Para dar sequência à análise desse problema, vamos decompor as forças atuantes na esfera 3 em componentes nas direções x, y e z. Para isso, devemos usar funções trigonométricas, como seno e cosseno. A força $\vec{T}$ deve ser decomposta em duas componentes, $\vec{T}_x$ e $\vec{T}_z$, a primeira voltada para a esquerda e a segunda voltada para cima. O peso $\vec{P}$ já está na direção z e não precisa ser decomposto. As forças $\vec{F}_1$ e $\vec{F}_2$ devem ser decompostas em componentes nas direções x e y. De posse dessas componentes, podemos, por exemplo, escrever o balanço de forças na direção z da seguinte forma:

$$R_z = 0 \Rightarrow T_z - P = 0 \Rightarrow T_z = P = mg$$

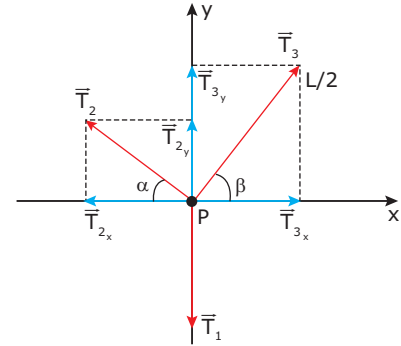
Nessa equação, m é a massa da esfera e g é a aceleração da gravidade. Outras duas equações semelhantes a essa podem ser obtidas para as componentes nas direções x e y. Além disso, todas as componentes podem ser expressas em função de dados do problema, como o comprimento dos fios, as massas e as cargas das esferas, etc. Por exemplo, a componente T_z é igual a T.cos θ. Por sua vez, o ângulo θ pode ser calculado em função de L e R.

A solução do sistema de equações envolvendo os balanços de forças nas direções x, y e z representa, em geral, a resposta para os problemas de equilíbrio de um ponto material. A seguir, apresentamos dois exercícios resolvidos para você compreender melhor essa técnica de resolução de problemas.

EXERCÍCIOS RESOLVIDOS

01. Um semáforo, de massa 5,0 kg, é mantido em repouso por meio de três cabos, conforme mostra a figura seguinte. Considere g = 10 m/s².

Explicar, qualitativamente, por que a tração no cabo de comprimento 0,60 m é maior do que a tração no cabo de comprimento 0,80 m. Calcular as trações nos três cabos.

Resolução:

O esquema que se segue mostra as trações nos cabos. Essas trações agem no ponto material P, que é a junção dos cabos. As componentes das trações também estão indicadas na figura. Observe que as duas componentes horizontais, referentes às trações $\vec{T}_2$ e $\vec{T}_3$, possuem sentidos opostos. Como o ponto P está em equilíbrio, $T_{2_x} = T_{3_x}$. Para isso ocorrer, o módulo de $\vec{T}_3$ deve ser maior do que o módulo de $\vec{T}_2$, pois o ângulo β é maior que o ângulo α. Assim, usando somente argumentos geométricos, provamos que $T_3 > T_2$. Note que chegamos a essa conclusão usando as bases do método gráfico.

Agora, vamos calcular as trações nos três cabos. Observe que o semáforo está em equilíbrio. Para isso ocorrer, o cabo vertical deve exercer sobre o semáforo uma força de mesmo módulo e sentido oposto ao peso deste, que é de 50 N (P = mg). Assim, $T_1 = 50$ N. Para determinar os módulos das trações $\vec{T}_2$ e $\vec{T}_3$, precisamos escrever os balanços de forças nas direções x e y. Na direção x, temos:

$$T_{2_x} = T_{3_x} \quad \Rightarrow \quad T_2.\cos\alpha = T_3.\cos\beta$$

Na direção y, a tração $\vec{T}_1$, voltada para baixo, deve ser anulada pelas componentes verticais $\vec{T}_{2_y}$ e $\vec{T}_{3_y}$, que são voltadas para cima. Assim:

$$T_{2_y} + T_{3_y} = T_1 \quad \Rightarrow \quad T_2.\text{sen}\,\alpha + T_3.\text{sen}\,\beta = T_1$$

Os senos e os cossenos de α e β podem ser obtidos a partir do triângulo retângulo formado pelos dois cabos inclinados (catetos) e pela barra de sustentação (hipotenusa). Usando as definições trigonométricas de seno e cosseno, obtemos:

sen α = cos β = 0,60/1,0 = 0,60

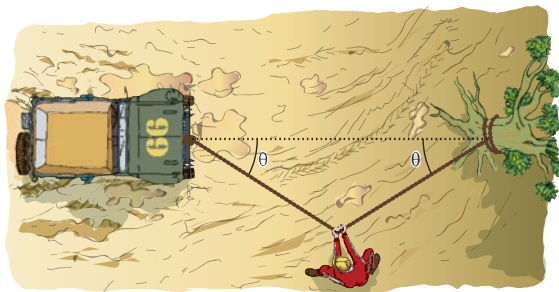
sen β = cos α = 0,80/1,0 = 0,80

Substituindo esses resultados nas equações de balanço de forças, e utilizando o módulo da tração $T_1 = 50$ N na equação do balanço de forças na direção y, obtemos o seguinte sistema de equações:

$$\begin{cases} 0{,}80.T_2 = 0{,}60.T_3 \\ 0{,}60.T_2 + 0{,}80.T_3 = 50\,\text{N} \end{cases}$$

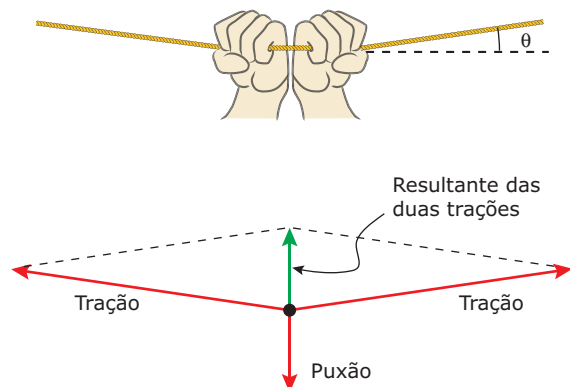
Resolvendo esse sistema, obtemos $T_2 = 30$ N e $T_3 = 40$ N. Observe que $T_3 > T_2$, conforme havíamos mostrado.

Comentário: Para α = β, os cabos inclinados ficam submetidos a forças de mesma intensidade ($T_2 = T_3$). Nessa situação, ângulos pequenos geram grandes trações, podendo levar à ruptura dos cabos. Ao contrário, ângulos maiores geram trações menores. No limite, para os cabos na posição vertical (α = β = 90°), as trações são mínimas e iguais a P/2. Um caso importante, e que vale a pena memorizar, ocorre quando o ângulo entre as cordas inclinadas vale 120° (α = β = 30°). Usando argumentos de geometria, é fácil mostrar que, para esse caso, $T_2 = T_3 = P$.

02. Durante um rali, um jipe ficou atolado em um lamaçal. Então, o piloto amarrou uma corda grossa em uma árvore robusta e puxou a corda lateralmente, como mostra a figura seguinte.

A) Explicar por que é melhor puxar a corda lateralmente do que a puxar diretamente na direção longitudinal do jipe.

B) Determinar a tração que a corda deve suportar, sem se romper, para que o jipe comece a se mover quando o puxão for de 200 N e o ângulo θ for de 3°. Considere que sen 3° ≈ 0,05.

Resolução:

A) A figura a seguir ilustra as forças que atuam sobre a corda no ponto em que o piloto exerce força sobre ela. A resultante das duas trações na corda é a reação da corda ao puxão exercido pelo piloto. Como o puxão e a resultante das trações na corda formam um par de ação e reação, o módulo do puxão deve ser igual ao módulo da resultante das trações. Observe na figura que o módulo do puxão é muito menor do que o módulo das trações. Quanto menor for o ângulo θ, maior será o módulo da tração na corda para uma dada força aplicada pelo piloto. Por isso, a corda pode exercer uma força suficientemente intensa para desatolar o carro, mesmo que a força lateral exercida pelo piloto não seja tão grande. É claro que, sendo submetida a uma tração muito intensa, a corda deve ser grossa para poder resistir ao esforço sem se romper. O mesmo se aplica à árvore, que deve ser bastante robusta.

B) As duas trações mostradas na figura anterior podem ser decompostas nas direções x e y (o eixo y é alinhado ao puxão, e o eixo x é perpendicular a ele). As componentes x são opostas, o módulo de cada uma delas é igual a T.cos θ e elas se cancelam. As componentes y são opostas ao puxão e o módulo de cada uma é igual a T.sen θ. Como a resultante na direção x é nula, temos:

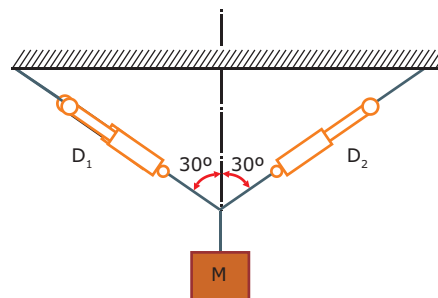
Puxão = 2T.sen θ $\Rightarrow$ T = Puxão/(2.sen θ)

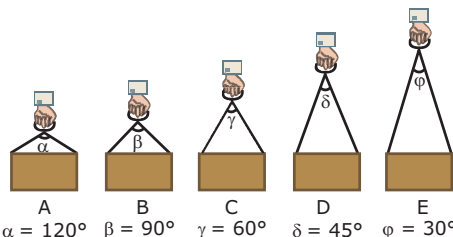
Substituindo os valores dados, obtemos:

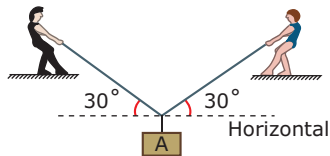
T = 200/(2.0,05) = 200/0,1 $\Rightarrow$ T = 2 000 N

Note que essa força é 10 vezes maior que a força exercida pelo piloto.

EXERCÍCIOS DE FIXAÇÃO

01. (FEI-SP) Sabendo-se que o sistema a seguir está em equilíbrio, qual é o valor da massa M quando os dinamômetros indicam 100 N cada um?

A) 17,32 kg
B) 20 kg
C) 10 kg
D) 100 N
E) 200 N

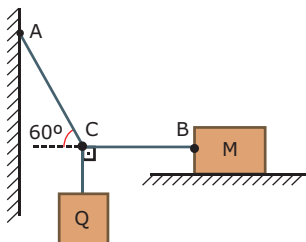
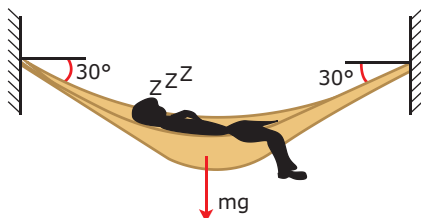
02. (FUVEST-SP) Um mesmo pacote pode ser carregado com cordas amarradas de várias maneiras. A situação, entre as apresentadas, em que as cordas estão sujeitas a maior tração é

A) A.
B) B.
C) C.
D) D.
E) E.

03. (Mackenzie-SP) Utilizando-se de cordas ideais, dois garotos, exercendo forças de mesmo módulo, mantêm em equilíbrio um bloco A, como mostra a figura. Se a força de tração em cada corda tem intensidade de 20 N, a massa do bloco suspenso é

Adote g = 10 m/s².

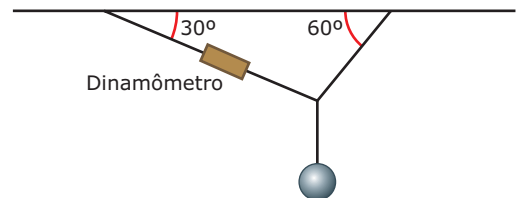
A) 1,0 kg.
B) 2,0 kg.
C) 3,0 kg.
D) 4,0 kg.
E) 5,0 kg.

04. (FAAP-SP) Uma corda AB tem a sua extremidade A fixa, enquanto a outra B está ligada ao bloco M em forma de paralelepípedo de peso 120 N. Esse bloco repousa sobre um plano horizontal. O coeficiente de atrito entre o plano e o bloco é 0,30. Em um ponto C da corda, é dependurado um peso Q tal que o ângulo formado pelo trecho AC com a horizontal seja 60º; o trecho CB é horizontal.

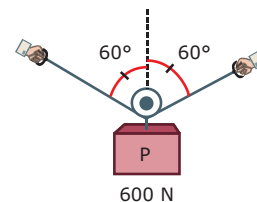
Adote g = 10 m/s².

A) Qual a força de atrito exercida pelo plano sobre o bloco quando o mesmo estiver na iminência de movimento?
B) Qual o peso máximo que se pode pendurar em C?

05. (Unicamp-SP) Quando um homem está deitado numa rede (de massa desprezível), as forças que esta aplica na parede formam um ângulo de 30° com a horizontal, e a intensidade de cada uma é de 60 kgf (ver figura adiante).

A) Qual é o peso do homem?
B) O gancho da parede foi mal instalado e resiste apenas até 130 kgf. Quantas crianças de 30 kg a rede suporta? (Suponha que o ângulo não mude.)

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

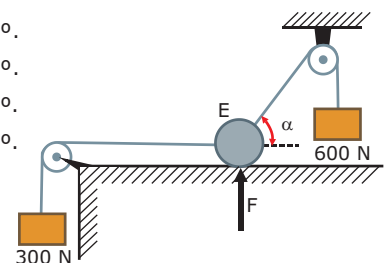
01. (UNESP–2010) Um professor de Física pendurou uma pequena esfera, pelo seu centro de gravidade, ao teto da sala de aula, conforme a figura:

Em um dos fios que sustentava a esfera, ele acoplou um dinamômetro e verificou que, com o sistema em equilíbrio, ele marcava 10 N. O peso, em newtons, da esfera pendurada é de

A) $5\sqrt{3}$.
B) 10.
C) $10\sqrt{3}$.
D) 20.
E) $20\sqrt{3}$.

02. (Fatec-SP) Duas pessoas carregam uma carga utilizando uma corda que passa por uma roldana, conforme ilustra a figura:

Podemos afirmar que cada uma delas exercerá força de intensidade

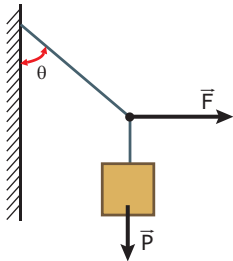
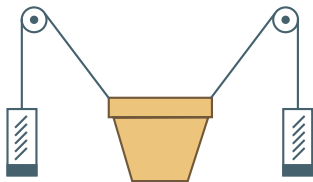
A) 300 N.
B) menor que 300 N.
C) superior a 300 N, mas menor que 600 N.
D) 600 N.
E) N.d.a.

03. (Mackenzie-SP) Na figura, E é uma esfera de peso $400\sqrt{3}$ N, em equilíbrio, apoiada sobre um plano horizontal indeformável. Desprezando-se os pesos dos fios (inextensíveis) e das roldanas, bem como todos os atritos, podemos afirmar que os valores da reação do apoio F e do ângulo α são, respectivamente,

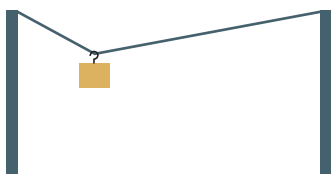
A) $100\sqrt{3}$ N e 60º.
B) $400\sqrt{3}$ N e 90º.
C) $200\sqrt{3}$ N e 30º.
D) $400\sqrt{3}$ N e 60º.

04. (Cescem-SP) Uma força de módulo 10 N e outra de módulo 12 N são aplicadas simultaneamente a um corpo. Qual das opções adiante apresenta uma **POSSÍVEL** intensidade resultante dessas forças?

A) 0
B) 1 N
C) 15 N
D) 24 N
E) 120 N

05. (ITA-SP) Um bloco de peso $\vec{P}$ é sustentado por fios, como indica a figura. Calcule o módulo da força horizontal $\vec{F}$.

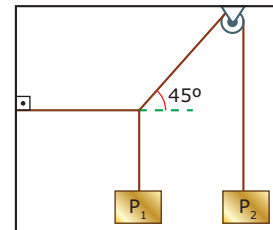
A) $F = P.\text{sen}\ \theta$
B) $F = P.\cos\theta$
C) $F = P.\text{sen}\ \theta.\cos\theta$
D) $F = P.\text{cotg}\ \theta$
E) $F = P.\text{tg}\ \theta$

06. (UNESP–2007) Um vaso de flores pesando 30 N está suspenso por dois fios de aço inextensíveis, ligados a pesos iguais através de polias ideais, conforme pode ser visto na figura.

Considerando o instante em que a tração em cada um dos fios de sustentação é de 15 N, pode-se afirmar que

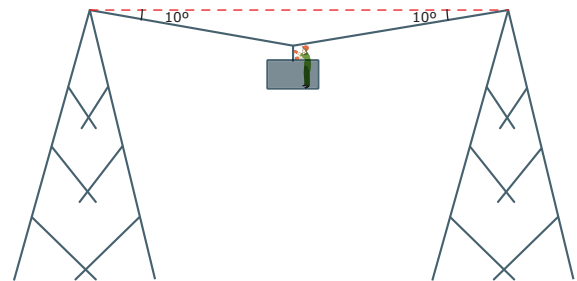
A) o vaso de flores está em equilíbrio estático.
B) o vaso está subindo acelerado.
C) os pesos estão descendo com velocidade constante.
D) o vaso está descendo com velocidade constante.
E) os pesos estão subindo acelerados.

07. (UFV-MG–2007) A figura a seguir ilustra uma situação de equilíbrio de um bloco, suspenso em um varal de fio de aço por intermédio de um gancho.

Deslocando-se o gancho para outra posição e configurando-se uma nova situação de equilíbrio, observa-se que as trações nos dois ramos do fio se alteram. Quando se varia a posição do gancho, o módulo da resultante das trações nos dois ramos do varal é

A) máximo quando o gancho se encontra no centro do varal.
B) sempre constante e não nulo, independentemente da posição do gancho.
C) mínimo quando o gancho se encontra no centro do varal.
D) sempre nulo, independentemente da posição do gancho.
E) nulo somente quando o gancho se encontra no centro do varal.

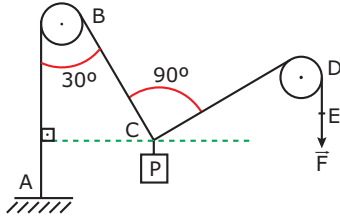
08. (UFMA–2006) O sistema ilustrado na figura a seguir encontra-se em equilíbrio. O valor de P_2, em newtons, é

Considere: P_1 = 140 N; sen 45° = cos 45° ≈ 0,7.

A) 200.
B) 150.
C) 160.
D) 220.
E) 180.

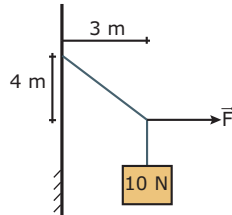
09. (PUCPR) Um funcionário está realizando manutenção em uma linha de transmissão de energia elétrica. Ele dispõe de um equipamento que está ligado à linha, conforme mostra a figura seguinte.

Desprezando o peso do cabo e considerando que o peso do conjunto funcionário-equipamento é igual a 1 000 N, a tração no cabo tem módulo, aproximadamente, igual a

Dado: sen 10° = 0,17.

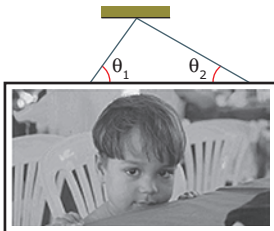
A) 1 000 N.
B) 8 000 N.
C) 5 900 N.
D) 2 950 N.
E) 10 000 N.

10. (UEPG-PR) Uma corda (de peso desprezível) passa por duas roldanas, B e D, conforme a figura a seguir. Uma das extremidades é presa em A, em C é suspenso um peso P, e em E é aplicada uma força F de 200 N. As roldanas não têm atrito. A partir desses dados, assinale o que for **CORRETO**.

01. O peso do corpo P é 300 N.
02. A força de tração exercida pela corda fixa é de $200\sqrt{3}/3$ N.
04. O peso do corpo P é 400 N.
08. A força de tração exercida pela corda fixa é de $200\sqrt{3}$ N.
16. O peso do corpo P e a força de tração desconhecida valem, respectivamente, 500 N e 300 N.

Soma (   )

11. (UFOP-MG) O sistema mecânico representado nesta figura está em equilíbrio estático.

Em função do que foi representado, o módulo de $\vec{F}$ é igual a

A) 6,0 N.
B) 7,5 N.
C) 8,0 N.
D) 9,0 N.

12. (CEFET-CE) Um quadro de massa m = 6,0 kg se encontra em equilíbrio pendurado ao teto pelos fios 1 e 2, que fazem com a horizontal os ângulos $\theta_1 = 60°$ e $\theta_2 = 30°$, conforme a figura.

Adotando g = 10 m/s², **CALCULE** as trações nos fios 1 e 2.

Dados:

sen 30° = cos 60° = 1/2
cos 30° = sen 60° = $\sqrt{3}/2$

13. (VUNESP) Um bloco de peso 6 N está suspenso por um fio, que se junta a dois outros num ponto P, como mostra a figura I.

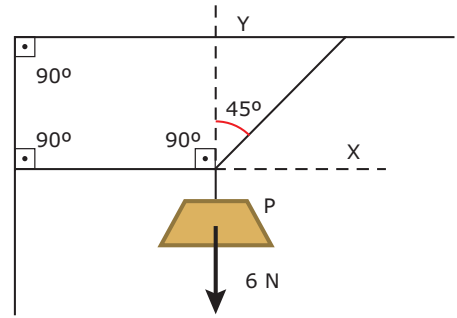



Figura I

Dois estudantes, tentando representar as forças que atuam em P e que o mantêm em equilíbrio, fizeram os seguintes diagramas vetoriais, usando a escala indicada na figura II a seguir:

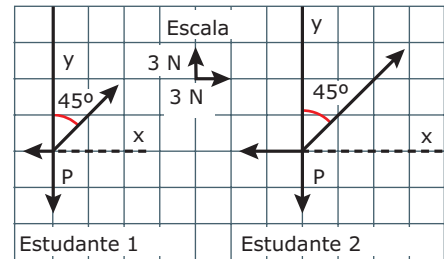
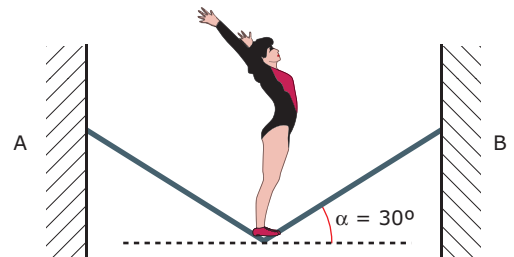
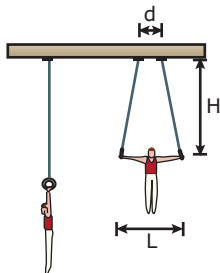



Figura II

A) Algum dos diagramas está correto?
B) **JUSTIFIQUE** sua resposta.

14. (UFJF-MG) Uma equilibrista de massa m = 70 kg encontra-se na metade da extração de uma corda, presa na mesma altura de duas paredes A e B, como mostra a figura. A corda faz um ângulo $\alpha = 30°$ com a horizontal. A massa da corda é muito pequena comparada com a massa da equilibrista.

A) **DESENHE** setas que indiquem a direção e o sentido das forças que a corda exerce sobre as paredes A e B.
B) **DESENHE** uma seta que indique a direção e o sentido da força que a corda exerce sobre a equilibrista.
C) **CALCULE** o módulo da força $\vec{F}$, exercida pela corda na parede B.

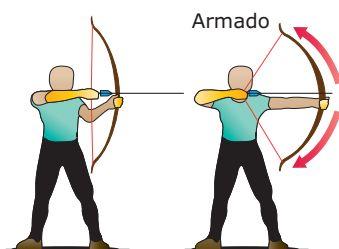
FÍSICA

15. (Unicamp-SP) Uma das modalidades de ginástica olímpica é a das argolas. Nessa modalidade, os músculos mais solicitados são os dos braços, que suportam as cargas horizontais, e os da região dorsal, que suportam os esforços verticais. Considerando um atleta cuja massa é de 60 kg e sendo os comprimentos indicados na figura H = 3,0 m; L = 1,5 m e d = 0,5 m, responda:

A) Qual a tração em cada corda quando o atleta se encontra pendurado no início do exercício com os braços na vertical?

B) Quando o atleta abre os braços na horizontal, qual a componente horizontal da tração em cada corda?

SEÇÃO ENEM

01. Pinturas rupestres comprovam que o uso do arco e flecha surgiu como atividade de caça e guerra ainda na Pré-História. Com o advento da pólvora e das armas de fogo, a prática do arco e flecha perdeu popularidade. Atualmente, ela é difundida em diversas competições, como as Olimpíadas.

Ao armar um arco, a corda não é esticada. Apesar de a corda ficar em formato de V, o arco é que é flexionado, como está indicado na figura a seguir.

Para a posição em que o arco está armado, a força feita pela mão direita do arqueiro

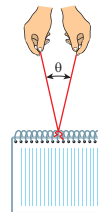
A) possui intensidade igual e sentido oposto ao do peso do arco, pois, estando este em repouso, a resultante de forças sobre ele dever ser igual a zero.

B) possui intensidade igual e sentido oposto ao da força exercida pela mão esquerda, pois, estando o arco em repouso, a resultante de forças sobre ele vale zero.

C) possui direção oblíqua, de maneira que a flecha seja lançada com uma velocidade ligeiramente voltada para baixo.

D) apresenta intensidade igual à da força de tensão na corda, dependendo de o ângulo da corda em V assumir determinado valor.

E) apresenta uma intensidade sempre igual a do peso do arco, independentemente do valor do ângulo da corda em V.

02. Em uma aula prática sobre equilíbrio de corpos, um professor sustentou um caderno espiral através de dois fios idênticos, como mostra a figura.

Lentamente, o professor aumentou o ângulo θ entre os fios até que, para θ igual a 100°, um dos fios se rompeu, pois a tração no fio atingiu o limite de ruptura. O valor dessa tração é

A) igual ao peso do caderno, e o ponto de ruptura ocorreu próximo à mão do professor.

B) igual ao peso do caderno, e o ponto de ruptura ocorreu próximo ao caderno.

C) menor que o peso do caderno, mas não é possível prever o local onde o fio se rompeu.

D) menor que o peso do caderno, e o ponto de ruptura ocorreu próximo à mão do professor.

E) maior que o peso do caderno, mas não é possível prever o local onde o fio se rompeu.

GABARITO

Fixação

01. A
02. A
03. B
04. A) 36 N
    B) $36\sqrt{3}$ N
05. A) 60 kgf
    B) 4 crianças

Propostos

01. D
02. D
03. A
04. C
05. E
06. E
07. B
08. A
09. D
10. Soma = 12
11. B
12. $T_1 = 30\sqrt{3}$ N e $T_2 = 30$ N
13. A) Não
    B) Como o ponto P está em equilíbrio, a força resultante que atua sobre ele deve ser nula. Ao realizarmos a soma vetorial em cada uma das representações, obtemos resultantes não nulas e, por isso, as representações estão incorretas.
14. A)

    B)
    C) F = 7,0 x 10^2 N
15. A) T = 3,0 x 10^2 N
    B) T_x = 50 N

Seção Enem

01. D
02. C

FÍSICA

Equilíbrio de corpos extensos

MÓDULO 08 FRENTE B

Quando um corpo está em repouso e assim permanece, significa que a resultante de forças que atuam sobre ele é igual a zero. Dizemos, nesse caso, que o corpo está em equilíbrio estático. Na verdade, a nulidade da resultante de forças é uma das duas condições necessárias para que um corpo permaneça em equilíbrio estático. A outra condição diz respeito ao momento de uma força (ou torque), grandeza a ser estudada neste módulo e que se aplica aos corpos extensos. Chamamos de corpo extenso qualquer objeto que pode girar em torno de um eixo, como portas, volantes, réguas e muitos outros objetos do nosso dia a dia. Um corpo extenso permanece em equilíbrio estático apenas quando a resultante de forças e a resultante de momentos de força que atuam sobre ele são, ambas, nulas. Este módulo é dedicado ao estudo desse tipo de equilíbrio.

Iniciaremos o módulo definindo momento de uma força e mostrando como essa grandeza afeta a rotação dos corpos. Depois, apresentaremos formalmente as duas condições de equilíbrio estático para os corpos extensos. Na sequência, definiremos o centro de gravidade de um corpo e discutiremos a estabilidade do equilíbrio de um corpo. Por fim, vamos explicar o funcionamento das alavancas, citando vários exemplos de aplicações dessas.

MOMENTO DE UMA FORÇA

A figura 1 mostra um homem trocando o pneu de seu carro. Na primeira tentativa, o homem segurou no meio do cabo da chave de roda e aplicou uma força de 10 N perpendicularmente ao cabo, como mostra a primeira imagem. Com as mãos nessa posição, o homem não conseguiu girar o parafuso. Então, o homem aplicou a mesma força, mas segurando na extremidade do cabo da chave, como indicado na segunda imagem. Nessa tentativa, ele conseguiu soltar o parafuso.

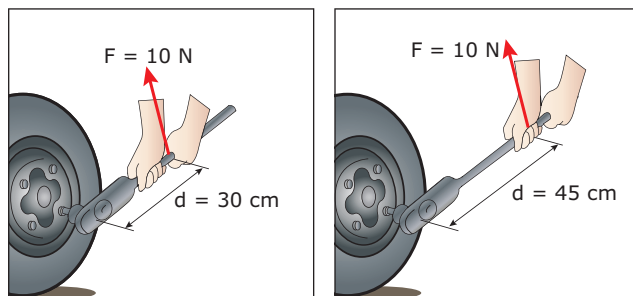



Figura 1: A eficácia da chave de roda depende do ponto de aplicação da força.

Essa experiência nos permite chegar à seguinte conclusão: quanto mais distante do eixo de rotação aplicarmos uma força, mais facilmente conseguiremos girar um corpo. Foi por esse motivo que, na segunda imagem, a aplicação da força na extremidade do cabo da chave permitiu soltar o parafuso, ao passo que a ação da outra força, de mesma intensidade, porém mais próxima ao eixo de rotação, não pôde fazê-lo.

O efeito de rotação que uma força produz em um corpo pode ser quantificado por meio de uma grandeza conhecida como momento de força ou torque. O momento de uma força é definido pela seguinte equação:

$$M_O = F.d$$

Nessa equação, F é a intensidade da força, e d é a distância perpendicular da posição em que a força é aplicada até o ponto (eixo de rotação) em relação ao qual o momento é calculado (o subscrito "O" que aparece no momento indica esse ponto). No Sistema Internacional, a unidade de momento de força é o newton.metro (N.m). Unidades como N.cm ou kgf.cm também são usuais em alguns problemas.

De acordo com a equação anterior, quanto maior for a distância d, maior será o momento para uma dada força. Observe ainda que o momento é nulo quando d é igual a zero. Um exemplo dessa situação ocorre quando tentamos mover uma porta exercendo uma força sobre a quina onde estão as dobradiças. Por maior que seja nosso esforço, a porta não se moverá, pois, como não existe distância entre a força e o eixo de rotação da porta, nenhum momento é transmitido à porta.

Agora, usando a equação anterior, vamos calcular os momentos das forças representadas na figura 1, tomando como referência o eixo de rotação do parafuso. Para o primeiro ponto de aplicação da força, o momento vale 300 N.cm, que é o produto entre a força de 10 N e a distância de 30 cm. O momento para o outro ponto de aplicação da força vale 450 N.cm, dado pelo produto entre 10 N e 45 cm.

Ainda sobre os valores calculados anteriormente, a seguinte pergunta é importante: Por que o momento de 450 N.cm foi suficiente para soltar o parafuso, mas o momento de 300 N.cm não foi? A explicação está na força de atrito que o parafuso sofre da cavidade da roda onde ele está enroscado. Essa força de atrito age tangencialmente à periferia do parafuso, produzindo um momento resistivo que se opõe ao momento aplicado pelo homem. Nesse problema, o momento de 450 N.cm foi suficientemente grande para vencer o momento resistivo, enquanto o momento de 300 N.cm não foi.

Essa discussão nos leva diretamente ao conceito de resultante de momentos de forças, que estará presente na maioria dos problemas deste módulo. Para calcular essa resultante, siga os seguintes passos. Primeiramente, calcule a soma de todos os momentos de forças que tendem a girar o corpo no sentido horário. A seguir, faça o mesmo para todos os momentos que tendem a girar o corpo no sentido anti-horário. Finalmente, subtraia o menor valor do maior para obter o momento resultante.

Condição de equilíbrio de um corpo extenso

Muitos corpos, sob certas condições, não têm liberdade para girar. Esse é o caso, por exemplo, de um livro sendo empurrado sobre uma mesa. Nessas situações, a condição de resultante de forças igual a zero é suficiente para explicar o equilíbrio de um corpo. Porém, para situações em que o corpo pode girar (corpo extenso), além da condição anterior, a resultante dos momentos das forças também deve ser nula. Matematicamente, as condições de equilíbrio estático de um corpo extenso podem ser assim expressas:

$$\Sigma\vec{F} = 0 \;\text{ e }\; \Sigma M = 0$$

A figura 2 ilustra um caso de equilíbrio estático de um corpo extenso, constituído por uma régua de 50 cm, de peso desprezível, apoiada no ponto central A, e que sustenta três blocos iguais de peso P = 10 N. Observe as três forças, $T_1 = T_2 = T_3 = 10$ N, exercidas pelos fios que sustentam os três blocos. Devido à ação dessas forças, a régua comprime o apoio com uma força de 30 N. O apoio, por sua vez, aplica na régua a força de reação normal N = 30 N. Portanto, a resultante de forças sobre a régua vale zero, como esperávamos.

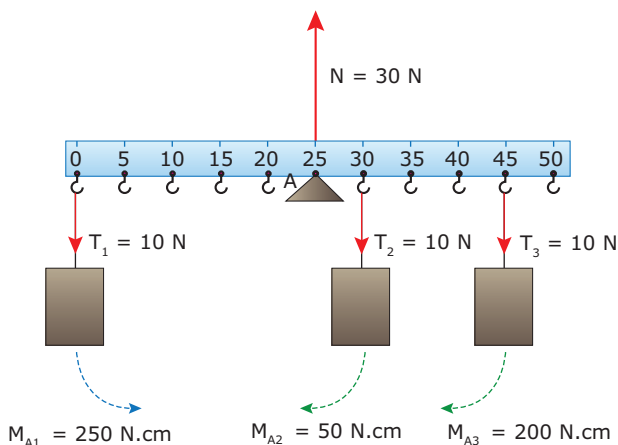



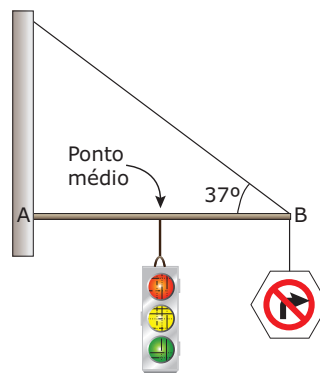
Figura 2: Equilíbrio de um corpo extenso.

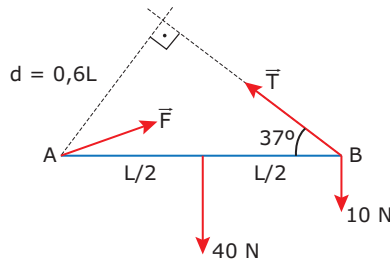
Agora, vamos analisar o balanço de momentos sobre a régua. Vamos escolher o ponto de apoio da régua (ponto A) como o eixo em relação ao qual iremos calcular os momentos das várias forças. A reação normal não exerce momento em relação a esse ponto, pois essa força passa pelo ponto A. As forças feitas pelos fios exercem os momentos indicados na figura 2. Cada um desses momentos foi calculado multiplicando-se a força pela sua distância até o ponto A. Os momentos M_{A2} e M_{A3} tendem a girar a régua no sentido horário e, portanto, os seus efeitos podem ser somados. Essa soma vale 250 N.cm, exatamente igual ao módulo do momento M_{A1}, que tende a girar a régua no sentido anti-horário. Assim, constatamos, como esperado, que a resultante total dos momentos vale zero.

Por último, citamos o Teorema das Três Forças, que poderá lhe auxiliar na resolução de alguns problemas de equilíbrio de corpos extensos. O enunciado desse teorema é:

> Quando um corpo extenso está em equilíbrio estático sujeito a três forças não paralelas, as linhas de ação dessas forças devem passar por um ponto comum.

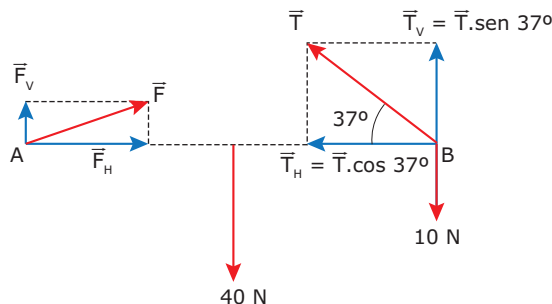
EXERCÍCIO RESOLVIDO

01. A figura mostra um semáforo, de peso 40 N, e uma placa de sinalização, de peso 10 N, suspensos em uma haste AB de peso desprezível. Em A, a haste está presa em um poste, e em B ela é sustentada por um tirante. Calcular a tração no tirante e a força que o poste exerce sobre a haste. Considere sen 37° = 0,6 e cos 37° = 0,8.

Resolução:

As forças que atuam sobre a haste, representadas na figura seguinte, são as forças verticais dos fios que sustentam o semáforo e a placa, a força $\vec{T}$ exercida pelo tirante (módulo igual ao da tração no tirante) e a força $\vec{F}$ feita pelo poste. Na figura, o comprimento d = 0,6L é dado por sen 37° = 0,6 = d/L, sendo L o comprimento da haste.

A haste está em equilíbrio; logo, a resultante dos momentos que atuam sobre ela vale zero. Vamos tomar os momentos em relação ao ponto A. Como $\vec{F}$ passa por A, essa força não produz momento. Os momentos exercidos pelas forças de 40 N e 10 N tendem a girar a haste no sentido horário, e o momento exercido por $\vec{T}$ tende a girá-la no sentido oposto. Igualando esses momentos, temos:

$$T.d = 10.L + 40.L/2$$

O momento exercido por $\vec{T}$ é igual ao módulo dessa força multiplicado pela distância perpendicular entre a linha de ação de $\vec{T}$ e o ponto A. Observe, na figura anterior, que essa distância é o comprimento d, e não o comprimento L. Substituindo d = 0,6L na equação anterior e cancelando L, obtemos T = 50 N.

A determinação de $\vec{F}$ é mais difícil, pois não conhecemos o ângulo de inclinação dessa força. A figura a seguir mostra as forças atuantes na haste nas duas direções, horizontal e vertical. Observe que as forças $\vec{F}$ e $\vec{T}$ foram decompostas nessas duas direções.

A haste está em equilíbrio; logo, a resultante das forças que atuam sobre ela é zero. Como as componentes $\vec{T}_H$ e $\vec{F}_H$ são as únicas forças a atuarem sobre a haste na direção horizontal, essas forças devem possuir módulos iguais para se cancelarem. Assim:

$$T_H = F_H \quad \Rightarrow \quad T.\cos 37° = F_H$$

Substituindo T = 50 N e cos 37° = 0,8 na equação, obtemos F_H = 40 N. Na vertical, a força total de 50 N (voltada para baixo) deve ser anulada pelas componentes $\vec{T}_V$ e $\vec{F}_V$.

$$T_V + F_V = 50 \text{ N} \quad \Rightarrow \quad T.\text{sen } 37° + F_V = 50 \text{ N}$$

Substituindo T = 50 N e sen 37° = 0,6 na equação, obtemos F_V = 20 N. Finalmente, usando o Teorema de Pitágoras, obtemos o módulo de F:

$$F = \sqrt{F_H^2 + F_V^2} = \sqrt{40^2 + 20^2} = \sqrt{2\ 000} \Rightarrow F \simeq 45 \text{ N}$$

CENTRO DE GRAVIDADE

Quando duas ou mais forças paralelas atuam sobre um corpo, é possível substituí-las pela força resultante, que, aplicada em um ponto adequado do corpo, produz um momento de força equivalente ao momento resultante exercido pelas forças paralelas. Por exemplo, a figura 3 mostra uma situação em que uma barra articulada em x = 0 está sujeita às forças $\vec{F}_1$ e $\vec{F}_2$, aplicadas nas posições x_1 e x_2, respectivamente. A força $\vec{R}$ é a resultante dessas duas forças.

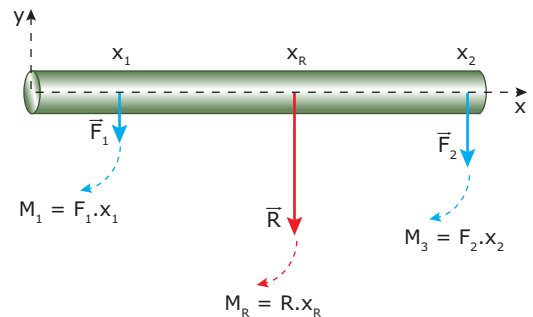



Figura 3: Na posição x_R, o momento exercido pela força $\vec{R}$ é equivalente ao momento resultante de $\vec{F}_1$ e $\vec{F}_2$.

Para determinar a posição x_R em que a força resultante $\vec{R}$ deve ser aplicada, devemos impor a seguinte igualdade de momentos: $M_R = M_1 + M_2$. Inserindo os valores indicados na figura 3 na equação anterior e explicitando x_R, obtemos:

$$x_R = \frac{F_1.x_1 + F_2.x_2}{R}$$

Podemos utilizar esse mesmo raciocínio para as forças gravitacionais. A divisão de um corpo em partes bem pequenas permite tratar cada pedaço do corpo como uma partícula. Assim, a soma dos momentos exercidos pelos pesos de cada uma dessas partes é equivalente ao momento exercido pelo peso total do corpo, cujo ponto de aplicação é o centro de gravidade (CG) deste. Matematicamente, essa igualdade de momentos pode ser expressa pela seguinte equação:

$$Mg.x_{CG} = m_1g.x_1 + m_2g.x_2 + m_3g.x_3 + ... + m_ng.x_n$$

O lado esquerdo dessa equação representa o momento exercido pelo peso do corpo, M é a massa do corpo e x_{CG} é a posição do centro de gravidade deste. O lado direito da equação é a soma dos momentos exercidos pelos pesos de cada uma das partes que compõem o corpo. Os termos m_1, m_2, m_3, ..., m_n são as massas dessas partes e x_1, x_2, x_3, ..., x_n são as posições em que as forças peso de cada uma dessas partes são aplicadas. Nos dois lados da equação, g é a aceleração da gravidade. Quase sempre, o corpo está imerso em um campo gravitacional uniforme, de forma que g não varia com a posição. Por isso, esse termo pode ser cancelado na equação. Explicitando x_{CG}, obtemos:

$$x_{CG} = \frac{m_1.x_1 + m_2.x_2 + m_3.x_3 + ... + m_n.x_n}{M}$$

Essa é a expressão para calcular a posição do centro de gravidade de um corpo em um campo gravitacional uniforme. Independentemente de o campo ser ou não uniforme, a equação anterior sempre representa a posição do centro de massa (CM) do sistema. As posições dos centros de gravidade e de massa coincidem apenas quando o corpo está imerso em um campo gravitacional uniforme.

Enquanto o centro de gravidade está relacionado ao momento exercido pela força peso, o centro de massa está relacionado à força resultante que governa o movimento de um sistema. Por exemplo, quando uma granada explode, o centro de massa do sistema formado pelos fragmentos dessa granada se move como se toda a massa dos fragmentos estivesse concentrada nele e como se todas as forças atuantes em cada um dos fragmentos estivessem atuando, também, no centro de massa. Situações como essa serão abordadas em outra parte desta Coleção. Neste módulo, estaremos mais interessados no conceito de centro de gravidade, que será usado, a seguir, na discussão de novos problemas sobre o equilíbrio de corpos extensos.

Estabilidade do equilíbrio estático

O equilíbrio de um corpo pode ser classificado em três tipos: estável, instável ou indiferente. Um corpo encontra-se em equilíbrio estável quando retorna à sua posição inicial após ter sofrido um pequeno deslocamento, gerado por forças ou por momentos de força externos. Caso o corpo não retorne à sua posição inicial e se afaste ainda mais dela, o equilíbrio é instável. A figura 4 mostra exemplos desses dois tipos de equilíbrio. Nessa figura, um mesmo tronco cônico sólido é apoiado, inicialmente, sobre a sua base maior e, posteriormente, sobre sua base menor. Observe que o centro de gravidade do sólido está mais próximo da base maior, onde há maior concentração de massa. Quando o sólido é apoiado sobre a base maior, a linha de ação da força peso continua se projetando sobre essa base, mesmo após o sólido ter sido deslocado. Por isso, ao ser solto, o momento da força peso age girando o corpo no sentido oposto ao giro inicial, restabelecendo a posição inicial do sólido. Na outra situação, veja que a linha de ação da força peso é projetada fora da base de apoio quando o corpo é deslocado. Por isso, ao ser solto, a força peso produz um momento que tende a girar o corpo no mesmo sentido do deslocamento inicial, fazendo-o tombar.

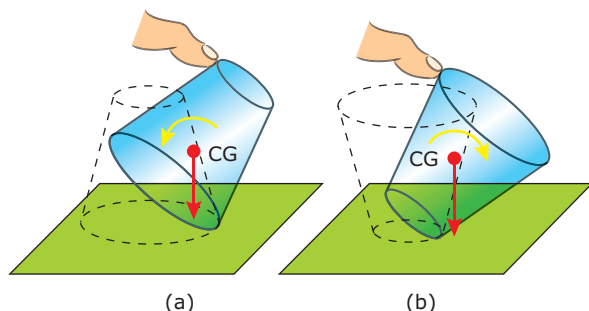



Figura 4: (a) Equilíbrio estável; (b) equilíbrio instável.

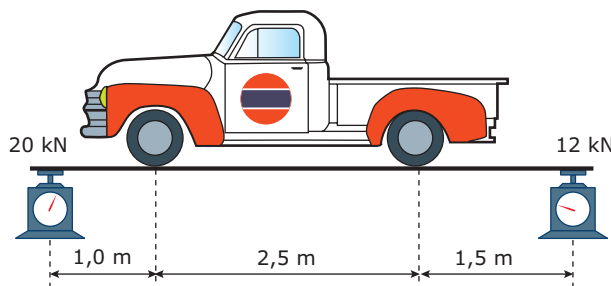
Em geral, corpos com centro de gravidade baixo tendem a ser mais estáveis. O critério de estabilidade baseia-se na capacidade de resposta de um corpo a um pequeno deslocamento. Na verdade, como o conceito de pequeno é relativo, o próprio conceito de estabilidade é relativo.

Falta ainda explicar o equilíbrio indiferente. Esse tipo de equilíbrio ocorre quando um corpo é deslocado da sua posição inicial e, mesmo após ter sido liberado, o corpo não se move. Uma bola sobre uma superfície horizontal ilustra esse tipo de equilíbrio.

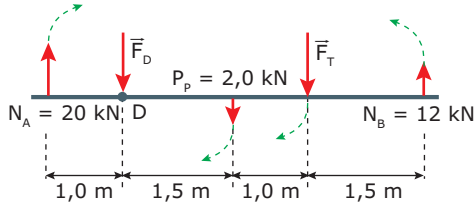
PARA REFLETIR

Por que você, com os calcanhares e nádegas encostados em uma parede, não consegue dobrar as costas e por as mãos no chão sem tombar?

EXERCÍCIO RESOLVIDO

02. Para determinar a posição do centro de gravidade de uma caminhonete, um técnico realizou o seguinte ensaio. Primeiro, ele colocou uma plataforma homogênea sobre duas balanças especiais. A leitura média em cada balança foi de 1,0 kN. Depois, com a caminhonete sobre a plataforma, as leituras nas balanças passaram a ser de 20 kN e de 12 kN, conforme ilustrado na figura seguinte. Explicar como o técnico determinou a posição do centro de gravidade da caminhonete a partir dos dados fornecidos.

Resolução:

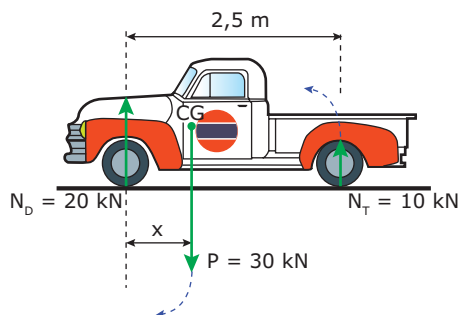
Como a plataforma é homogênea, seu centro de gravidade coincide com seu centro geométrico. Nesse ponto, atua o peso P_P = 2,0 kN da plataforma, que é igual à soma dos valores indicados pelas balanças, sem a caminhonete. Com o veículo sobre a plataforma, temos as seguintes forças atuando sobre ela: seu peso, as quatro forças de compressão exercidas pelos pneus do veículo e as duas forças de reação normal, N_A = 20 kN e N_B = 12 kN, exercidas pelas balanças. Admitindo simetria longitudinal na massa da caminhonete, as duas forças de compressão

dos pneus dianteiros podem ser representadas por uma única força $\vec{F}_D$. O mesmo ocorre nos pneus traseiros, cuja carga é a força $\vec{F}_T$. A figura seguinte ilustra a distribuição de forças na plataforma.

Tomando o ponto D como referência, os momentos das forças $\vec{N}_A$, $\vec{P}_P$ e $\vec{F}_T$ tendem a girar a plataforma no sentido horário, enquanto o momento da força normal $\vec{N}_B$ tende a girar a plataforma no sentido anti-horário, conforme está indicado na figura. A força $\vec{F}_D$ não exerce momento em relação ao ponto D porque a sua linha de ação passa por esse ponto. Ao igualarmos os momentos nos dois sentidos, obtemos:

$$20.1,0 + 2,0.1,5 + F_T.2,5 = 12.4$$

Resolvendo essa equação, obtemos F_T = 10 kN. Para calcular a força exercida pelos pneus dianteiros, podemos simplesmente igualar a soma das forças voltadas para baixo com a soma das forças voltadas para cima. Fazendo isso, obtemos:

$$F_D + 2,0 + 10 = 20 + 12 \quad \Rightarrow \quad F_D = 20 \text{ kN}$$

A soma $F_D + F_T$ é igual ao módulo do peso da caminhonete. A resultante das forças normais exercidas sobre os pneus dianteiros e traseiros possui módulo igual ao da força resultante de compressão exercida pelos pneus dianteiros e traseiros sobre a plataforma, 20 kN e 10 KN, respectivamente. A figura seguinte mostra a distribuição de forças no veículo.

Em relação ao ponto de contato das rodas dianteiras com o solo, o peso da caminhonete tende a girá-la no sentido horário, enquanto a normal na parte traseira tende a girá-la no sentido anti-horário. A força normal dianteira não exerce momento porque ela passa pelo eixo de referência. A igualdade entre os momentos nos dois sentidos permite calcular x, a distância entre o CG da caminhonete e o eixo dianteiro:

$$30.x = 10.2,5 \quad \Rightarrow \quad x = 0,83 \text{ m} = 83 \text{ cm}$$

Portanto, o centro da gravidade da caminhonete acha-se a 83 cm do eixo dianteiro e a 167 cm do eixo traseiro.

ALAVANCAS

Uma alavanca é um elemento rígido que pode girar em torno de um ponto de apoio. Ao exercermos uma força sobre uma alavanca, fazemos aparecer, em outra posição do sistema, uma força capaz de erguer, cortar, esmagar ou simplesmente sustentar algum objeto. Quando cortamos papel com uma tesoura ou pegamos um objeto com uma pinça, estamos usando alavancas. Quando movemos uma pedra com um pedaço de pau apoiado em algum ponto, estamos usando a alavanca mais simples e popular de todas, provavelmente a primeira máquina criada pelo homem. Quando caminhamos ou levantamos algum peso com as mãos, estamos usando alavancas naturais presentes em nosso próprio corpo.

Além do ponto de apoio, toda alavanca possui um ponto de ação e um ponto de resistência. O ponto de ação ou potência é onde exercemos a força para acionar a alavanca. O ponto de resistência é onde se acha o corpo a ser cortado, esmagado, etc. O ponto de apoio está associado ao eixo de rotação da alavanca. De acordo com as posições desses pontos, uma alavanca pode ser classificada em três tipos: interfixa, inter-resistente e interpotente. A figura 5 mostra esquemas dessas três alavancas e ilustra exemplos práticos de cada uma.

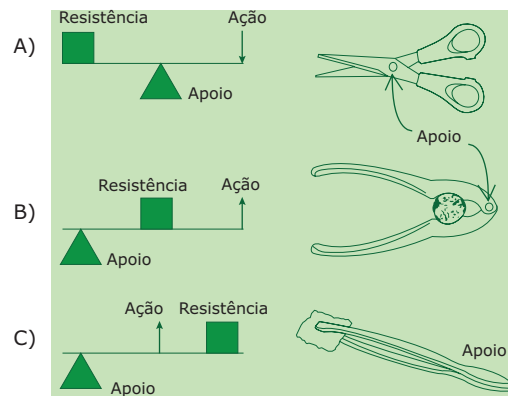



Figura 5: A) Alavanca interfixa (tesoura), B) inter-resistente (quebra-nozes) e C) interpotente (pinça).

A vantagem mecânica de uma alavanca é definida pela razão V_M = R/F, sendo R e F os módulos das forças nos pontos de resistência e de ação da alavanca, respectivamente. Quando $V_M > 1$, a alavanca multiplica o esforço nela aplicado, ou seja, R > F. Para uma alavanca com $V_M < 1$, temos justamente o contrário, R < F. A relação entre os módulos de F e R depende dos braços de ação e de resistência da alavanca. O braço de ação é a distância d_A entre a força $\vec{F}$ e o ponto de apoio da alavanca. O braço de resistência é a distância d_R entre a força $\vec{R}$ e o ponto de apoio. Para explicar melhor a relação entre essas forças e os seus braços, apresentamos, a seguir, dois exemplos de alavancas, uma com $V_M > 1$ e outra com $V_M < 1$.

A figura 6 mostra uma alavanca interfixa clássica. Observe que os braços da alavanca (d_A e d_R) e as suas projeções horizontais (x_A e x_R) estão indicados na figura. Vamos considerar a alavanca na iminência de rotação, de forma que o sistema ainda se encontra em equilíbrio estático. Para o equilíbrio existir, a resultante de forças sobre a alavanca deve ser nula. Por isso, a intensidade da reação no apoio é N = F + R (peso da alavanca desprezado).

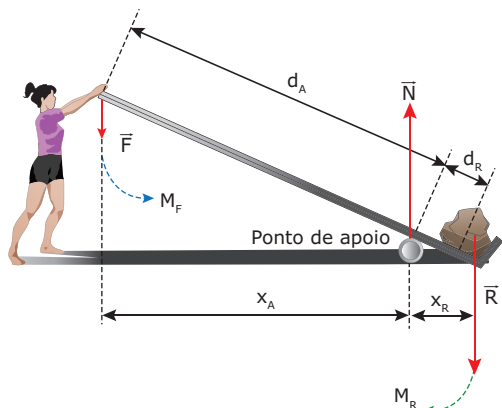



Figura 6: Alavanca interfixa de vantagem mecânica maior do que 1.

A outra condição de equilíbrio da alavanca é a nulidade da resultante dos momentos de força. Em relação ao ponto de apoio, o momento da força $\vec{R}$ tende a girar a alavanca no sentido horário, o momento de $\vec{F}$ tende a causar um giro no sentido anti-horário, e a força $\vec{N}$ não exerce momento, pois ela passa pelo ponto de apoio. Para a resultante dos momentos ser zero, devemos ter $F.x_A = R.x_R$. Nessa equação, usamos as projeções horizontais dos braços da alavanca, pois são essas as distâncias perpendiculares das forças até o ponto de apoio. Usando a semelhança entre os triângulos formados pela alavanca, pelos seus braços e por suas projeções no solo, é fácil mostrar que $x_A/x_R = d_A/d_R$. Substituindo essa relação na equação de igualdade dos momentos, obtemos:

$$F.d_A = R.d_R \quad \Rightarrow \quad R = F\frac{d_A}{d_R}$$

Segundo essa equação, quando d_A for maior que d_R (como ocorre na alavanca da figura 6), o módulo de $\vec{R}$ será maior que o de $\vec{F}$, e a vantagem mecânica será maior do que 1. Por exemplo, se d_A for cinco vezes maior que d_R, teremos F = R/5, ou seja, $V_M = 5$. Esse número indica que a garota pode manter a alavanca em iminência de rotação e iniciar o seu deslocamento, fazendo uma força cinco vezes menor do que o peso da pedra.

Agora, vamos analisar o equilíbrio mostrado na figura 7, em que uma pessoa segura um peso. Que força $\vec{F}$ o bíceps deve exercer para manter o antebraço na horizontal? Observe que a força $\vec{F}$ acha-se entre o apoio (articulação do cotovelo) e a força $\vec{R}$. Portanto, temos uma alavanca interpotente. O momento de $\vec{R}$ tende a girar o antebraço no sentido horário, ao passo que o momento de $\vec{F}$ tende a girá-lo no sentido oposto. O equilíbrio ocorre quando esses momentos possuem módulos iguais (pesos do antebraço e da mão desprezados). A igualdade desses momentos fornece a seguinte relação: $F = R(d_R/d_A)$. Para d_A = 5 cm e d_R = 30 cm, teremos F = 6R. Isso quer dizer que o bíceps exerce uma força de módulo seis vezes maior do que o peso do corpo mantido na mão. Todas as alavancas interpotentes, como o antebraço, as pinças ou os pegadores de gelo, apresentam vantagem mecânica menor do que 1, pois o braço de resistência é sempre maior do que o braço de ação.

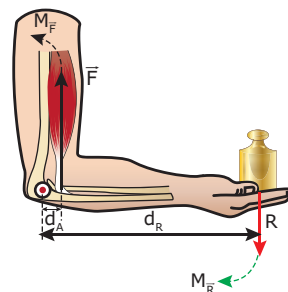
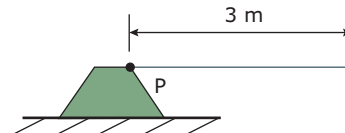



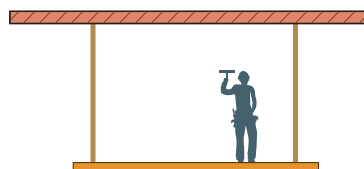
Figura 7: O antebraço é uma alavanca interpotente.

EXERCÍCIOS DE FIXAÇÃO

01. (UFJF-MG) Um trampolim é construído fixando-se uma prancha de madeira a um suporte de concreto:

A prancha permanece praticamente horizontal quando um saltador está sobre sua extremidade livre. A fixação, no ponto P, é capaz de resistir a um torque máximo de 3 600 N.m sem se romper. Assim, o trampolim se romperá quando for utilizado por um saltador de massa superior a

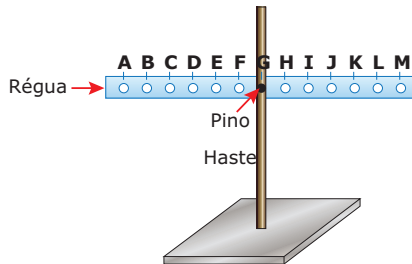
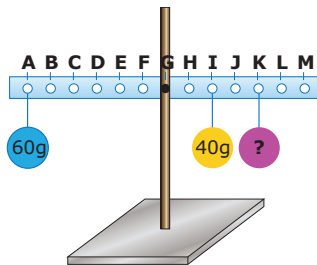
A) 72 kg.
B) 120 kg.
C) 144 kg.
D) 180 kg.
E) 108 kg.

02. (UFMG–2010) Para pintar uma parede, Miguel está sobre um andaime suspenso por duas cordas.

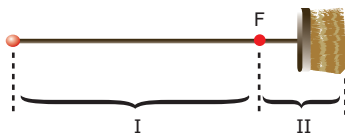
Em certo instante, ele está mais próximo da extremidade direita do andaime, como mostrado nesta figura:

Sejam T_E e T_D os módulos das tensões nas cordas, respectivamente, da esquerda e da direita e P o módulo da soma do peso do andaime com o peso de Miguel.

Analisando-se essas informações, é **CORRETO** afirmar que

A) $T_E = T_D$ e $T_E + T_D = P$.
B) $T_E = T_D$ e $T_E + T_D > P$.
C) $T_E < T_D$ e $T_E + T_D = P$.
D) $T_E < T_D$ e $T_E + T_D > P$.

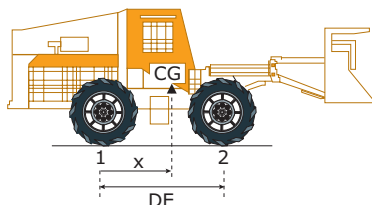
03. (UERJ–2006) Para demonstrar as condições de equilíbrio de um corpo extenso, foi montado o experimento a seguir, em que uma régua, graduada de A a M, permanece em equilíbrio horizontal, apoiada no pino de uma haste vertical.

Um corpo de massa 60 g é colocado no ponto A, e um corpo de massa 40 g é colocado no ponto I.

Para que a régua permaneça em equilíbrio horizontal, a massa do corpo, em gramas, que deve ser colocado no ponto K é de

A) 90. B) 70. C) 40. D) 20.

04. (UERJ)

Na figura anterior, o ponto F é o centro de gravidade da vassoura. A vassoura é serrada no ponto F e dividida em duas partes: I e II.

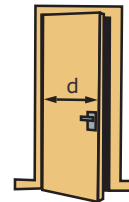
A relação entre os pesos P_I e P_{II}, das partes I e II, respectivamente, é representada por

A) $P_I = P_{II}$.
B) $P_I > P_{II}$.
C) $P_I = 2P_{II}$.
D) $P_I < P_{II}$.

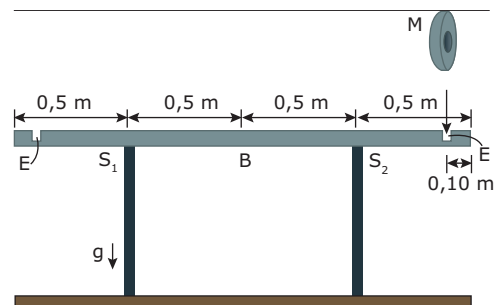
05. (UNESP–2009) A figura mostra, em corte, um trator florestal "derrubador-amontoador" de massa 13 000 kg; x é a abscissa de seu centro de gravidade (CG). A distância entre seus eixos, traseiro e dianteiro, é DE = 2,5 m.

J.S.S. de Lima *et al*.
Disponível em: <www.scielo.br/pdf/rarv/v28n6/23984.pdf>.

Admita que 55% do peso total do trator são exercidos sobre os pontos de contato dos pneus dianteiros com o solo (2) e o restante sobre os pontos de contato dos pneus traseiros com o solo (1). **DETERMINE** a abscissa x do centro de gravidade desse trator em relação ao ponto 1. Adote $g = 10\ m/s^2$ e dê a resposta com dois algarismos significativos.

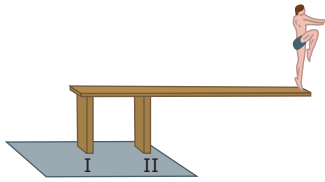
EXERCÍCIOS PROPOSTOS

01. (UERJ) Para abrir uma porta, você aplica sobre a maçaneta, colocada a uma distância D da dobradiça, conforme a figura a seguir, uma força de módulo F perpendicular à porta.

Para obter o mesmo efeito, o módulo da força que você deve aplicar em uma maçaneta colocada a uma distância d/2 da dobradiça dessa mesma porta é

A) F/2.
B) F.
C) 2F.
D) 4F.

02. (FUVEST-SP–2009) Em uma academia de musculação, uma barra B, com 2,0 m de comprimento e massa de 10 kg, está apoiada de forma simétrica em dois suportes, S_1 e S_2, separados por uma distância de 1,0 m, como indicado na figura. Para a realização de exercícios, vários discos, de diferentes massas M, podem ser colocados em encaixes, E, com seus centros a 0,10 m de cada extremidade da barra. O primeiro disco deve ser escolhido com cuidado para não desequilibrar a barra.

Entre os discos disponíveis, cujas massas estão indicadas a seguir, aquele de maior massa e que pode ser colocado em um dos encaixes, sem desequilibrar a barra, é o disco de

A) 5 kg.
B) 10 kg.
C) 15 kg.
D) 20 kg.
E) 25 kg.

03. (UFMG) Gabriel está na ponta de um trampolim, que está fixo em duas estacas – I e II –, como representado nesta figura:

Sejam $\vec{F}_I$ e $\vec{F}_{II}$ as forças que as estacas I e II fazem, respectivamente, no trampolim.

Com base nessas informações, é **CORRETO** afirmar que essas forças estão na direção vertical e

A) têm sentido contrário, $\vec{F}_I$ para cima e $\vec{F}_{II}$ para baixo.
B) ambas têm o sentido para baixo.
C) têm sentido contrário, $\vec{F}_I$ para baixo e $\vec{F}_{II}$ para cima.
D) ambas têm o sentido para cima.

04. (FCMMG) A figura 1 mostra o músculo do braço (bíceps), exercendo força para manter o antebraço na posição horizontal, enquanto sustenta uma esfera.

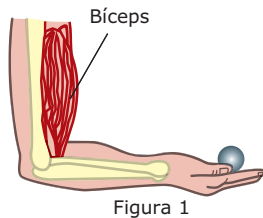
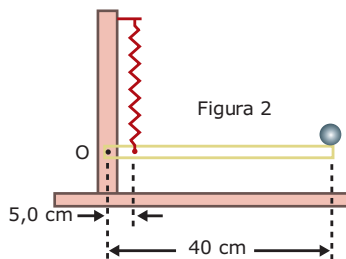



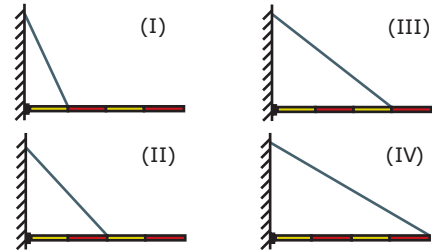
Figura 1

A figura 2 mostra uma montagem que simula o braço da figura 1. A mola representa o bíceps. A massa da haste horizontal é de 700 g e pode girar em torno de um eixo O. A massa da esfera é de 100 g.

Observando os dados da figura 2 e considerando $g = 10\ m/s^2$, o valor da força exercida pela mola é de

A) 8,0 N. B) 36 N. C) 64 N. D) 80 N.

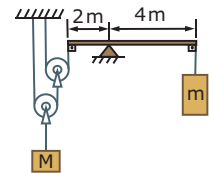
05. (UNESP) Um sólido encontra-se em equilíbrio sob a ação de três forças somente.

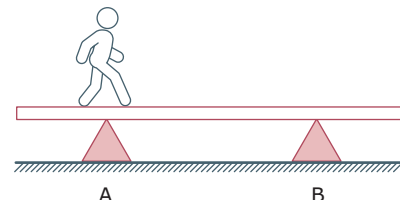
A) As três forças são necessariamente concorrentes.
B) As três forças não podem ser concorrentes.
C) As três forças são necessariamente paralelas.
D) As três forças não podem ser paralelas.
E) N.d.a.

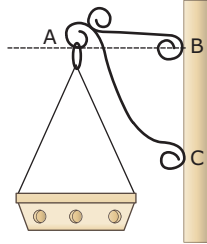
06. (UFF-RJ) Uma haste homogênea pode girar livremente em torno de uma articulação que está presa a uma parede vertical. A haste fica em equilíbrio, na posição horizontal, presa por um fio nas seguintes situações:

A força que a articulação faz na haste tem direção horizontal

A) somente na situação I.
B) somente na situação II.
C) somente na situação III.
D) somente na situação IV.
E) nas situações I, II, III e IV.

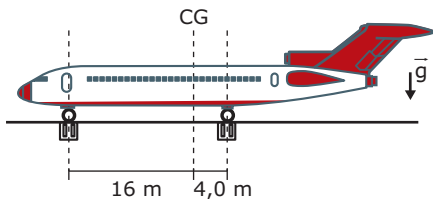
07. (Fatec-SP) O sistema da figura está em equilíbrio, e os pesos da barra e das polias podem ser ignorados. A razão entre as massas M/m é

A) 8.
B) 1/8.
C) 4.
D) 2.
E) 6.

08. (Cesgranrio) Uma prancha homogênea está sustentada, em posição horizontal, pelos dois suportes A e B. Partindo de A, um rapaz caminha sobre a prancha em direção a B, andando a passos iguais. Ele dá seis passos para ir de A até B. Quando ele está em A, a ação (vertical para cima) do suporte A sobre a prancha é de 8×10^2 N. Quando ele está em B, a ação daquele mesmo suporte A é de 2×10^2 N.

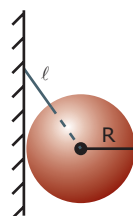
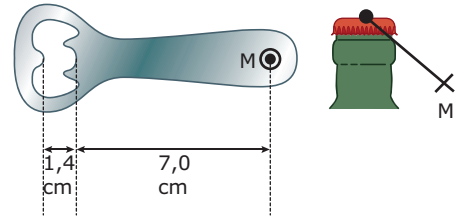
Quantos passos poderá ele dar além de B sem que a prancha tombe?

A) Dois
B) Três
C) Nenhum
D) Quatro
E) Seis

09. (UFTM-MG) No suporte para vasos da figura, a distância entre os pontos A e B é de 30 cm, enquanto a distância entre A e C é de 50 cm. Cada ponto do suporte cumpre uma função específica. Em A, está apoiado um vaso de massa de 1,2 kg; em B, o suporte se fixa sobre a parede, travando-se em um prego; em C, o suporte apenas toca a parede.

Sendo g = 10 m/s², a força aplicada sobre a parede pelo ponto C do suporte é, em N,

A) 3.
B) 9.
C) 12.
D) 48.
E) 50.

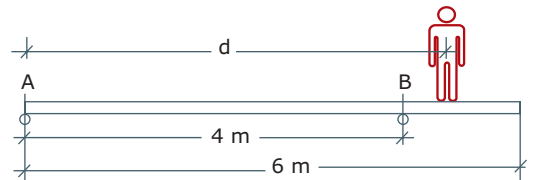
10. (FUVEST-SP) Um avião, com massa M = 90 toneladas, para que esteja em equilíbrio em voo, deve manter seu centro de gravidade sobre a linha vertical CG, que dista 16 m do eixo da roda dianteira e 4,0 m do eixo das rodas traseiras, como na figura a seguir. Para estudar a distribuição de massas do avião, em solo, três balanças são colocadas sob as rodas do trem de aterrissagem. A balança sob a roda dianteira indica M_D e cada uma das que estão sob as rodas traseiras indica M_T.

Uma distribuição de massas, compatível com o equilíbrio do avião em voo, poderia resultar em indicações das balanças, em toneladas, correspondendo aproximadamente a

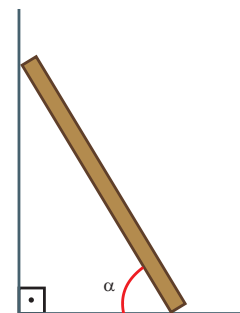
A) $M_D = 0$, $M_T = 45$.
B) $M_D = 10$, $M_T = 40$.
C) $M_D = 18$, $M_T = 36$.
D) $M_D = 30$, $M_T = 30$.

11. (UFPR) Uma esfera de peso $P = 10\sqrt{3}$ N e raio R está suspensa por meio de um fio inextensível de comprimento $\ell = R$ e apoia-se em uma parede vertical sem atrito. **DETERMINE** a força de tração no fio e a força que a parede aplica na esfera.

12. (VUNESP) As figuras a seguir representam esquematicamente, à esquerda, um abridor de garrafas e, à direita, esse abridor abrindo uma garrafa.

Em ambas as figuras, M é ponto de aplicação da força que uma pessoa exerce no abridor para abrir a garrafa.

A) **FAÇA** a figura da direita e nela **REPRESENTE** as forças que atuam sobre o abridor enquanto a pessoa abre a garrafa. **NOMEIE** as forças representadas e **FAÇA** uma legenda, explicando quem as exerce. Não considere o peso do abridor.

B) Supondo que essas forças atuem perpendicularmente ao abridor, qual o valor mínimo da razão F_p/F_a entre o módulo da força exercida pela pessoa, F_p, e o módulo da força F_a que retira a tampa e abre a garrafa?

13. (UFMG) A figura mostra uma tábua homogênea, de 6 m de comprimento e 30 kgf de peso, colocada em um andaime, sem estar pregada nele.

Qual é a maior distância d, do ponto A, a que um pedreiro de 60 kgf pode chegar sem que a tábua comece a girar em torno do ponto B?

14. (FUVEST-SP) A figura mostra uma barra apoiada entre uma parede e o chão. A parede é perfeitamente lisa; o coeficiente de atrito estático entre a barra e o chão é $\mu = 0,25$.

A) **DESENHE** o esquema das forças que atuam sobre a barra.

B) **CALCULE** a tangente do menor ângulo α entre a barra e o chão para que não haja escorregamento.

15. (UFMG–2010) O manual do usuário de um automóvel contém estas informações:

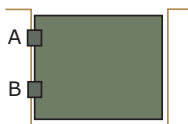
- A distância entre os eixos das rodas é de 2,5 m;
- 60% do peso do veículo está concentrado sobre as rodas dianteiras e 40%, sobre as rodas traseiras.

1. Considerando essas informações, **CALCULE** a distância horizontal entre o eixo da roda dianteira e o centro de gravidade desse automóvel.
2. Durante uma arrancada, a roda desse automóvel pode deslizar sobre o solo.

Considerando a situação descrita e as informações do manual, responda:

Esse tipo de deslizamento ocorre mais facilmente se o automóvel tiver tração nas rodas dianteiras ou nas rodas traseiras? **JUSTIFIQUE** sua resposta.

SEÇÃO ENEM

01. (Enem–1998) Um portão está fixo em um muro por duas dobradiças A e B, conforme mostra a figura, sendo P o peso do portão.

Caso um garoto se dependure no portão pela extremidade livre, e supondo que as reações máximas suportadas pelas dobradiças sejam iguais,

A) é mais provável que a dobradiça A arrebente primeiro que a B.
B) é mais provável que a dobradiça B arrebente primeiro que a A.
C) seguramente as dobradiças A e B arrebentarão simultaneamente.
D) nenhuma delas sofrerá qualquer esforço.
E) o portão quebraria ao meio, ou nada sofreria.

02. Um operário, de massa 60 kg, empurra um carrinho de mão, conforme mostra a figura seguinte. Por razões de segurança de trabalho, a componente vertical da força que o homem exerce sobre o carrinho não deve exceder 1/3 do peso do operário. O centro de gravidade da carga do carrinho está a 0,20 m do eixo de sua roda e a 1,0 m das pontas dos cabos dele. Considere g = 10 m/s^2.

De acordo com as normas de trabalho, a carga máxima que o homem pode transportar é

A) 120 kg e, nessas circunstâncias, as reações normais sobre o homem e sobre o carrinho valem 800 N e 1 000 N, respectivamente.
B) 120 kg e, nessas circunstâncias, as reações normais sobre o homem e sobre o carrinho valem 1 000 N e 800 N, respectivamente.
C) 100 kg e, nessas circunstâncias, as reações normais sobre o homem e sobre o carrinho serão idênticas e iguais a 600 N.
D) 20 kg e, nessas circunstâncias, as reações normais sobre o homem e sobre o carrinho valem 267 N e 400 N, respectivamente.
E) 20 kg e, nessas circunstâncias, as reações normais sobre o homem e sobre o carrinho valem 400 N e 267 N, respectivamente.

GABARITO

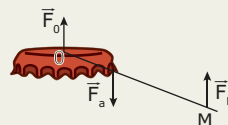
Fixação

01. B 03. B 05. x = 1,4 m
02. C 04. D

Propostos

01. C 03. C 05. E 07. A 09. B
02. B 04. B 06. B 08. A 10. C

11. T = 20 N e F_P = 10 N

12. A)

$\vec{F}_p$ = força exercida pela pessoa que opera o abridor.

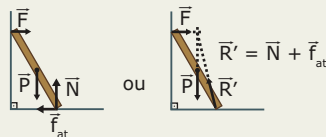
$\vec{F}_a$ = força de reação que a tampinha exerce no abridor na região da borda da tampinha.

$\vec{F}_0$ = força de reação que a tampinha exerce no abridor na região central da tampinha.

B) F_p/F_a = 1/6

13. d = 4,5 m

14. A)

ou

B) tg α = 2

15. 1. x = 1,0 m.
2. Esse deslizamento ocorre mais facilmente se o automóvel tiver tração nas rodas traseiras, pois a força de reação normal nessas rodas é menor (corresponde a 40% do peso do automóvel), fazendo com que o atrito estático máximo, no limite de deslizamento, seja menor nas rodas traseiras que nas dianteiras.

Seção Enem

01. A 02. A

FÍSICA

MÓDULO 07

FRENTE C

Movimento Harmônico Simples (MHS)

A natureza apresenta muitos fenômenos repetitivos. Como exemplos, podemos citar: os movimentos da Lua em torno da Terra e desta em torno do Sol, o batimento cardíaco, a vibração dos átomos e moléculas nas diversas substâncias, entre outros.

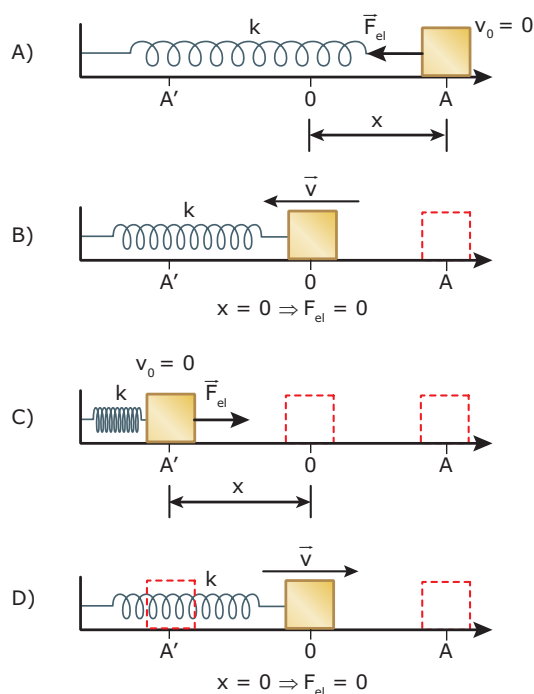
Se um fenômeno se repete em intervalos de tempo iguais, ele é chamado de **periódico**. Se ele apresenta um movimento de vai e vem, passando sempre por uma posição central na ida e na volta, é chamado de **oscilatório**. Um exemplo, com ambas as características citadas, muito nos interessa: o Movimento Harmônico Simples (MHS), que vamos discutir a seguir.

CARACTERÍSTICAS DO MHS

Considere uma mola ideal, de constante elástica k, com uma de suas extremidades presa a uma parede. A outra extremidade da mola é presa a um pequeno bloco de massa m, colocado sobre um plano horizontal sem atrito. O bloco pode oscilar sobre o plano horizontal entre os extremos A e A', simétricos em relação à posição central (0). Um conjunto desse tipo é chamado de **sistema massa-mola**. Nesse tipo de sistema, a força resultante que atua sobre o bloco é a força elástica (F_{el}) exercida pela mola, cuja intensidade pode ser calculada por:

$$F_{el} = -kx \Rightarrow \begin{cases} k = \text{constante elástica da mola} \\ x = \text{deformação da mola (elongação)} \end{cases}$$

Nessa equação, o sinal negativo indica que, estando deformada, a mola sempre atua no sentido de puxar / empurrar o bloco de volta para a posição central (0). Toda força com esse atributo é chamada de **força restauradora**.

Quando a mola não está deformada (x = 0), ela não exerce força sobre o bloco. Portanto, a força resultante e a aceleração que atuam sobre ele são nulas. Por esse motivo, o ponto central (0) é chamado de posição de equilíbrio do sistema. Analise as figuras a seguir. Imagine que você puxe o bloco até o ponto A (Fig. A) e o abandone. Nessa posição, a deformação da mola e a força exercida sobre o bloco são máximas. Ao abandonar o bloco, ele inicia seu movimento dirigindo-se para a posição de equilíbrio. Como a força atua no mesmo sentido da velocidade, o módulo desta aumenta. Quando o bloco chega à posição de equilíbrio (0), sua velocidade é máxima e para a esquerda (Fig. B). Assim, por inércia, o bloco continua o seu movimento até a posição A'. No trajeto do ponto central (0) para A', a força exercida pela mola, que se encontra comprimida, opõe-se ao movimento do bloco. Portanto, o módulo da velocidade do bloco diminui, até anular-se na extremidade esquerda (Fig. C).

Quando o bloco chega à posição A', ele inicia seu movimento de retorno e chega ao ponto central (0), com velocidade máxima para a direita (Fig. D). Uma vez que o bloco passa com grande velocidade pela posição de equilíbrio, ele continua seu movimento até atingir o ponto A, com velocidade nula. O ponto A foi a posição em que o movimento começou e é o ponto em que ele se reinicia.

Veja a seguir os módulos das grandezas elongação (x), força exercida pela mola (F_{el}), aceleração (a) e velocidade (v) para os três pontos citados no movimento do bloco.

	x	F_{el}	a	v
A	máx	máx	máx	0
0	0	0	0	máx
A'	máx	máx	máx	0

O intervalo de tempo necessário para que o bloco descreva o trajeto mostrado (A → 0 → A' → 0 → A) é constante para um mesmo sistema massa-mola e é chamado de **período** (T) do movimento. O período corresponde ao intervalo de tempo de uma oscilação completa do sistema. Dessa forma, o MHS é periódico e, portanto, possui uma frequência de oscilação (f). A **frequência** mede o número de oscilações efetuadas a cada unidade de tempo. A relação entre o período e a frequência é a seguinte:

$$f = \frac{1}{T}$$

No SI ⇒ T é expresso em s; f é expresso em s^{-1} = Hz (hertz)

O bloco, no sistema massa-mola citado,

1. está sob a ação de uma força resultante, que é uma **força restauradora**, proporcional à elongação ($F_R \propto x$);
2. apresenta um movimento que é
   - retilíneo;
   - oscilatório;
   - periódico.

Toda partícula que apresenta essas quatro características executa um **Movimento Harmônico Simples** (MHS). Ela oscila entre duas posições fixas e gasta sempre o mesmo intervalo de tempo em uma oscilação completa, chamado de período (T) do movimento.

Período (T) do sistema massa-mola

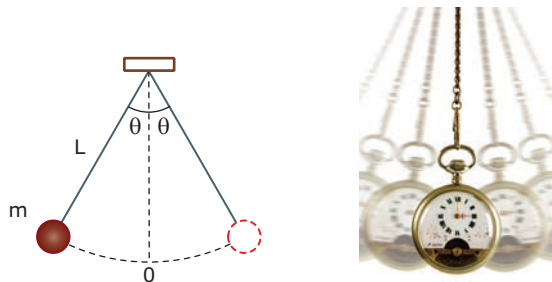
Fazendo as operações matemáticas necessárias (não desenvolvidas aqui), é possível demonstrar que o período (T) do sistema massa-mola é dado por:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$$

⇒ m = massa do bloco; k = constante elástica da mola

Período (T) do pêndulo simples

O pêndulo simples consiste de uma partícula de massa m, presa a um fio ideal de comprimento L, que é posta a oscilar numa região em que a aceleração da gravidade possui valor g. O movimento descrito pela partícula é oscilatório, periódico e submetido a uma força restauradora que depende do ângulo θ, formado entre o fio e a vertical, a cada instante. No caso do pêndulo simples, a força restauradora é a componente do peso da esfera na direção do movimento. Essa força tende a levar a partícula sempre para a posição de equilíbrio (0).

Para pequenas oscilações, a trajetória da partícula do pêndulo simples pode ser considerada retilínea. Portanto, dentro dos limites dessa aproximação, o movimento do pêndulo simples é um MHS. Veja a seguir.

É possível demonstrar que o período (T) do pêndulo simples é dado por:

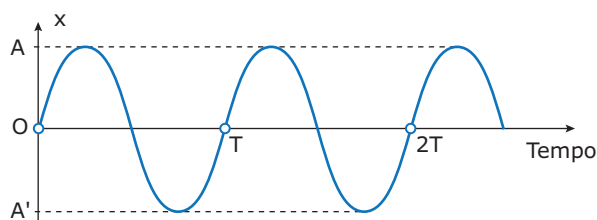
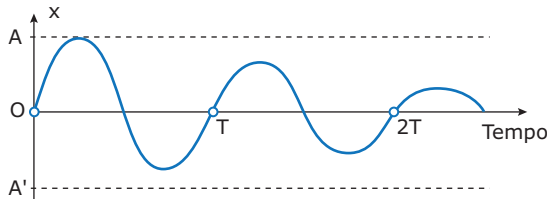
$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$$

⇒ L = comprimento do fio; g = aceleração local da gravidade

Observe que o período **não** depende da massa (m) da partícula.

O afastamento máximo do bloco no sistema massa-mola ($x_{MÁX}$), ou da partícula no pêndulo simples ($\theta_{MÁX}$), em relação à posição de equilíbrio (0), é chamado de **amplitude** de oscilação (A). Observe, nas duas equações anteriores, que o período e, portanto, a frequência **não** dependem da amplitude de oscilação do sistema.

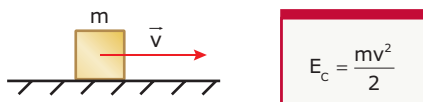
Se o pêndulo estiver submetido a uma outra aceleração vertical (a), além da gravidade (g), o período de oscilação do pêndulo deve ser calculado em função da aceleração resultante. Por exemplo, se a partícula estiver eletrizada e o pêndulo oscilar dentro de uma região na qual existe um campo elétrico vertical, a aceleração, devido ao campo elétrico, deve ser considerada para se calcular o período de oscilação do pêndulo.

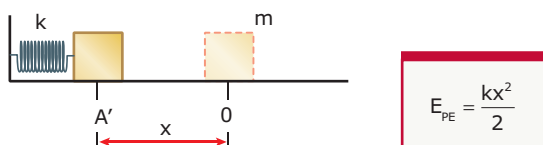
A amplitude (A) de oscilação de um bloco em movimento harmônico simples é constante, uma vez que ele não está sujeito a atritos, ou estes são desprezíveis. Sendo assim, o bloco oscila, indefinidamente, entre as posições A e A', citadas anteriormente. O gráfico da posição – elongação (x) – ocupada pelo bloco no MHS, em função do tempo, tem a forma de uma senoide, conforme mostrado na figura a seguir. Observe, no gráfico, que o intervalo de tempo gasto em uma oscilação completa é constante (período).

Se o atrito não é desprezível, a amplitude (A) de oscilação do bloco diminui com o tempo, levando o bloco ao repouso após determinado número de oscilações. Nesse caso, o movimento é chamado de Movimento Harmônico Amortecido (MHA), e o gráfico da posição (x), em função do tempo, está mostrado na figura a seguir. Veja que o período (T) não sofre alteração devido ao amortecimento, ou seja, ele não depende da amplitude.

A mesma ideia se aplica para um pêndulo simples. Ou seja, o amortecimento na oscilação de uma pequena esfera presa a um barbante não altera o período de oscilação do sistema. Dessa forma, colocando o pêndulo a oscilar e medindo-se o tempo gasto por ele para executar um determinado número de oscilações completas, é possível determinar o seu período.

CONCEITOS INICIAIS SOBRE ENERGIA

O conceito de energia é um dos mais importantes da Física. Assim, vamos fazer uma breve introdução ao assunto, que será discutido, com mais detalhes, em módulos posteriores.

Todo corpo de massa m que se desloca pelo espaço tem, associada ao seu movimento, uma energia chamada de energia cinética (E_C). Ela será tanto maior quanto maiores forem a massa e a velocidade do corpo, conforme mostram a figura e a equação a seguir.

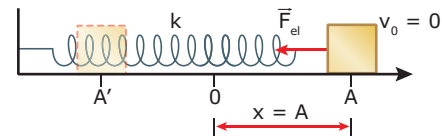
$$E_C = \frac{mv^2}{2}$$

Quando um bloco comprime ou distende uma mola, esse sistema armazena uma energia, chamada de energia potencial elástica (E_{PE}). Esta será tanto maior quanto maiores forem a constante elástica (k) da mola e a deformação (x) desta, conforme mostram a figura e a equação a seguir.

$$E_{PE} = \frac{kx^2}{2}$$

A energia mecânica (E_M) do sistema é a soma das energias cinética e potencial deste, ou seja:

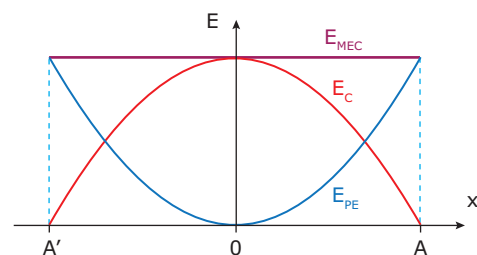
$$E_M = E_C + E_{PE}$$

Na natureza, existe uma classe especial de forças, chamadas de **forças conservativas**. Sempre que um sistema está submetido à ação exclusiva de forças dessa natureza, a energia mecânica desse sistema permanece constante. Se o sistema perde energia cinética, ele ganha uma quantidade igual de energia potencial. Se o sistema perde energia potencial, ele ganha igual quantidade de energia cinética. Assim, a energia mecânica de um sistema, sujeito exclusivamente a forças conservativas, se conserva.

A energia do sistema massa-mola

Considere um bloco oscilando entre as posições A e A', numa superfície horizontal sem atrito, conforme mostra a figura a seguir.

No ponto A, a velocidade e a energia cinética do bloco são nulas. Já a elongação da mola é máxima e igual à amplitude (A) de oscilação. Portanto, no ponto A, a energia mecânica (E_M) do sistema, que oscila na horizontal, é formada, apenas, pela energia potencial elástica (E_{PE}), dada por:

$$E_M = \frac{kx^2}{2} \Rightarrow E_M = \frac{kA^2}{2}$$

A força elástica exercida pela mola é uma força conservativa. Portanto, a energia mecânica do sistema permanece constante. Em qualquer ponto da trajetória do bloco, a soma das energias cinética e potencial elástica do sistema é constante e igual a (1/2)kA². Dessa forma, quando o bloco entra em movimento, a energia potencial elástica do sistema começa a ser convertida em energia cinética. Posteriormente, quando o bloco começar a parar, a energia cinética do sistema começará a ser convertida em energia potencial e, assim, uma forma de energia vai sendo convertida na outra, enquanto o sistema estiver oscilando. O gráfico a seguir mostra como variam as energias cinética e potencial do sistema enquanto ele oscila entre as posições A e A'.

Observe que, na posição de equilíbrio (0), a energia cinética do sistema é máxima e igual à energia mecânica deste. Na posição de equilíbrio, o módulo da velocidade é máximo ($v_{MÁX}$) e pode ser calculado por:

$$E_{C_{MÁX}} = E_M \Rightarrow \frac{mv_{MÁX}^2}{2} = \frac{kA^2}{2} \Rightarrow v_{MÁX} = A\sqrt{\frac{k}{m}}$$

Observe que a velocidade máxima do bloco é proporcional à sua amplitude de oscilação. Dessa forma, se a amplitude for aumentada, a velocidade máxima do bloco aumenta na mesma proporção. Por esse motivo, o período (intervalo de tempo de uma oscilação completa) não depende da amplitude, conforme citado anteriormente. Isso pode ser demonstrado, facilmente, substituindo-se o termo (k/m), obtido na equação anterior, na equação do período do sistema massa-mola.

PARA REFLETIR

Quais são os valores da elongação (x), em relação à amplitude (A), para os quais as energias cinética e potencial elástica são iguais?

EXERCÍCIO RESOLVIDO

01. Um pequeno bloco de massa m = 2,0 kg está preso em uma mola ideal, de constante elástica k = 50 N/m, cuja parte superior se prende ao teto. O bloco encontra-se, inicialmente, em repouso. A energia potencial gravitacional de um sistema de massa m, colocado numa região em que a aceleração da gravidade é g, pode ser calculada por E_{PG} = mgh, em que h é a altura até o nível de referência para a energia potencial. Esse bloco é puxado para uma posição 40 cm abaixo da posição de equilíbrio e abandonado. Assim, ele oscila para cima e para baixo. Despreze os atritos, use g = 10 m/s² e π = 3. Determinar

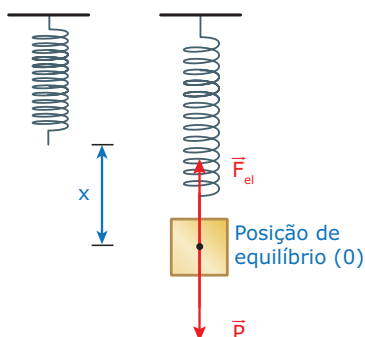
A) a deformação da mola na posição de equilíbrio.

B) o período de oscilação do sistema.

C) a velocidade máxima do bloco.

D) a aceleração do bloco na posição inferior da oscilação.

Resolução:

A) As figuras a seguir mostram a mola isoladamente e o sistema massa-mola em sua posição de equilíbrio (força resultante nula). Veja que, nessa posição, a força elástica (F_{el}) exercida pela mola anula o peso do bloco. Logo:

$\Sigma F = 0 \Rightarrow F_{el} = P$

$\Rightarrow kx = mg$

$\Rightarrow 50x = 2{,}0.10$

$\Rightarrow x = 0{,}40 \text{ m} = 40 \text{ cm}$

B) O período de oscilação do sistema massa-mola pode ser calculado por:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \Rightarrow T = 2.3\sqrt{\frac{2{,}0}{50}}$$

$$\Rightarrow T = 1{,}2 \text{ s}$$

C) O bloco apresenta velocidade máxima quando passa pela posição de equilíbrio (mostrada na figura anterior), posição em que a resultante das forças que atuam sobre o bloco é nula. Considere o ponto mais baixo da oscilação (B) como o nível zero de energia potencial. Nesse ponto, a deformação da mola é x = 80 cm e a velocidade do bloco é nula, portanto, nesse ponto, as energias cinética e potencial gravitacional são nulas. Como esse sistema é conservativo, sua energia mecânica se conserva e, dessa forma, podemos escrever:

$$E_{MEC_{(0)}} = E_{MEC_{(B)}}$$

$$\Rightarrow (E_C + E_{PE} + E_{PG})_0 = (E_{PE})_B$$

$$\Rightarrow \left(\frac{1}{2}\right)mv_0^2 + \left(\frac{1}{2}\right)kx_0^2 + mgh_0 = \left(\frac{1}{2}\right)kx_B^2$$

$$\Rightarrow \left(\frac{1}{2}\right)2{,}0v_0^2 + \left(\frac{1}{2}\right)50.0{,}40^2 + 2{,}0.10.0{,}4 = \left(\frac{1}{2}\right)50.0{,}80^2$$

$$\Rightarrow v_0^2 + 4{,}0 + 8{,}0 = 16 \Rightarrow v_0 = 2{,}0 \text{ m/s}$$

D) Na posição inferior (B) da oscilação, atuam no bloco duas forças: seu peso, para baixo, e a força elástica exercida pela mola, para cima. Portanto, a aceleração é dada por:

$F_R = ma \Rightarrow a = F_R/m$

$F_R = F_{el} - P \Rightarrow F_R = kx_B - mg$

$$a = \frac{kx_B - mg}{m} = \frac{50.0{,}80 - 2{,}0.10}{2{,}0}$$

$$\Rightarrow a = 10 \text{ m/s}^2$$

EXERCÍCIOS DE FIXAÇÃO

01. (PUC Minas) Um corpo executa um Movimento Harmônico Simples. Com relação à sua aceleração, afirma-se que

A) é máxima nos extremos do percurso.

B) é máxima no ponto médio do percurso.

C) é indeterminada.

D) é nula nos extremos do percurso.

E) tem o mesmo sentido em qualquer instante.

02. (UFMG) Em uma região onde a aceleração da gravidade é g, o período T de um pêndulo simples de comprimento L é dado por $T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$. Um pêndulo simples, cuja massa é igual a 200 g, gasta 1,5 s para se deslocar de um extremo ao outro de sua trajetória. Mantendo-se inalteradas as demais condições, aumenta-se a massa do pêndulo para 400 gramas. O tempo que esse pêndulo gastará para ir de um extremo ao outro de sua trajetória será

A) 0,25 s.
B) 0,75 s.
C) 1,5 s.
D) 3,0 s.
E) 6,0 s.

03. (CEFET-MG–2010) Dois sistemas massa-mola oscilam com as frequências f_A e f_B, tal que $f_A = 2f_B$. Sabendo-se que as constantes elásticas das molas são iguais, a razão entre as massas, M_A/M_B, é

A) 2.
B) 4.
C) $\sqrt{3}$.
D) $\frac{1}{\sqrt{2}}$.
E) $\frac{1}{4}$.

04. (UFC) Considere um oscilador harmônico simples, unidimensional, do tipo massa-mola. Num primeiro momento, ele é posto para oscilar com amplitude A, tendo frequência f_1 e energia mecânica E_1, num segundo momento, com amplitude 2A, tendo frequência f_2 e energia mecânica E_2. Das opções a seguir, indique aquela que contém somente relações **VERDADEIRAS**.

A) $f_2 = f_1$ e $E_2 = 4E_1$
B) $f_2 = f_1$ e $E_2 = 2E_1$
C) $f_2 = 2f_1$ e $E_2 = 4E_1$
D) $f_2 = 2f_1$ e $E_2 = 2E_1$
E) $f_2 = 4f_1$ e $E_2 = 4E_1$

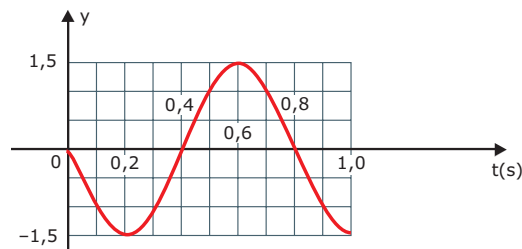
05. Um pequeno bloco, de massa m, está preso a uma mola ideal, de constante elástica k, que pende do teto. O sistema é abandonado, na posição em que a mola está sem deformação, e oscila verticalmente com amplitude A = 90 cm. Despreze os atritos e use g = 10 m/s² e π = 3. O período de oscilação do sistema é igual a

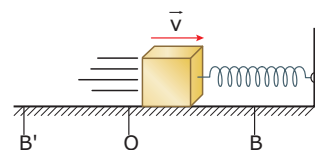
A) 1,8 s.
B) 3,6 s.
C) 18 s.
D) 36 s.

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

01. (UFV-MG) Uma partícula presa a uma mola executa um Movimento Harmônico Simples. É **CORRETO** afirmar que o módulo da velocidade da partícula é

A) máximo quando a elongação é máxima.
B) mantido constante.
C) máximo quando ela apresenta a aceleração máxima.
D) mínimo quando a elongação é mínima.
E) mínimo quando ela apresenta a aceleração máxima.

02. (UNITAU-SP) O gráfico mostra a posição de um ponto em função do tempo. Assim, o período e a frequência são, respectivamente,

A) 0,8 s e 1,25 Hz.
B) 2 s e 0,5 Hz.
C) 1,5 s e (2/3) Hz.
D) 4 s e 0,25 Hz.
E) 0,5 s e 2 Hz.

03. (CEFET-MG–2009) Um bloco, preso a uma mola, oscila sem atrito entre os pontos B e B'. O ponto O representa a posição de equilíbrio do bloco.

No instante em que ele passa pela posição indicada na figura, deslocando-se para a direita, o sentido da força restauradora, da aceleração e o tipo de movimento do bloco são, respectivamente,

	Sentido da força restauradora	Sentido da aceleração	Tipo de movimento
A)	para a esquerda	para a direita	uniforme
B)	para a direita	para a esquerda	retardado
C)	para a esquerda	para a esquerda	retardado
D)	para a esquerda	para a direita	acelerado
E)	para a direita	para a direita	uniforme

04. (UEPB–2010) A frequência de um corpo é definida como o número de vibrações completas que o corpo efetua por unidade de tempo. Suponha que um pequeno corpo, de massa 2 kg, esteja preso na extremidade de um fio de peso desprezível, cujo comprimento é 10 cm, e oscilando em um plano vertical. Adotando-se que a aceleração da gravidade g = 10 m/s² e π = 3, pode-se dizer que a frequência desse corpo, em hertz (Hz), vale

A) 0,17.
B) 1,67.
C) 10.
D) 30.
E) 60.

05. (Fatec-SP) O período de oscilação de um pêndulo simples pode ser calculado por $T = 2\pi\sqrt{L/g}$, em que L é o comprimento do pêndulo e g é a aceleração da gravidade (ou campo gravitacional) do local onde o pêndulo se encontra. Um relógio de pêndulo marca, na Terra, a hora exata.

É **correto** afirmar que, se esse relógio for levado para a Lua,

A) atrasará, pois o campo gravitacional lunar é diferente do terrestre.
B) não haverá alteração no período de seu pêndulo, pois o tempo na Lua passa da mesma maneira que na Terra.
C) seu comportamento é imprevisível, sem o conhecimento de sua massa.
D) adiantará, pois o campo gravitacional lunar é diferente do terrestre.
E) não haverá alteração no seu período, pois o campo gravitacional lunar é igual ao campo gravitacional terrestre.

06. (EFOA-MG) Um relojoeiro conserta um relógio de pêndulo que está adiantando. Para deixar o relógio trabalhando com exatidão, assumindo que o mesmo funciona como um oscilador harmônico simples, o procedimento **CORRETO** é

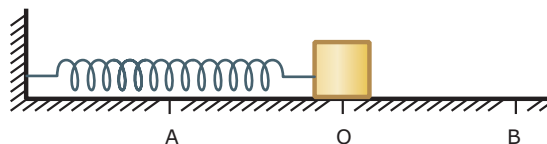
A) aumentar a massa do pêndulo.
B) diminuir a massa do pêndulo.
C) diminuir a amplitude de oscilação.
D) aumentar o comprimento do pêndulo.
E) diminuir o comprimento do pêndulo.

07. (UFMG) Com relação a um oscilador harmônico simples, todas as afirmativas estão corretas, **EXCETO**

A) A energia mecânica do oscilador é conservada.
B) A amplitude do sistema é o maior afastamento em relação à posição de equilíbrio.
C) O período de oscilação varia sempre com a aceleração da gravidade.
D) O menor tempo para o movimento se repetir é o período.
E) A posição do oscilador pode ser descrita por uma função senoidal ou cossenoidal.

08. (PUC Minas) Considere dois sistemas físicos independentes: o primeiro, denominado I, é um pêndulo simples de comprimento L, oscilando com pequena amplitude em um local onde a aceleração da gravidade é g; o segundo, denominado II, é um objeto de massa m, oscilando num plano horizontal sem atrito, pelo fato de estar preso a uma mola de constante elástica k, que se encontra fixada numa parede vertical. Para que os dois sistemas tenham a mesma frequência de oscilação, deve ser obedecida a relação

A) mg = Lk.
B) (L/k) = (m/g).
C) Lm = gk.
D) $(L/m) = (g/k)^2$.
E) $mg = (Lk)^2$.

09. (UFAL) Um bloco de massa 4,0 kg, preso à extremidade de uma mola de constante elástica $25\pi^2$ N/m, está em equilíbrio sobre uma superfície horizontal perfeitamente lisa, no ponto O, como mostra o esquema.

O bloco é então comprimido até o ponto A, passando a oscilar entre os pontos A e B. A energia potencial do sistema (mola + bloco) é **MÁXIMA** quando o bloco passa pela posição

A) A, somente.
B) O, somente.
C) B, somente.
D) A e pela posição B.
E) A e pela posição O.

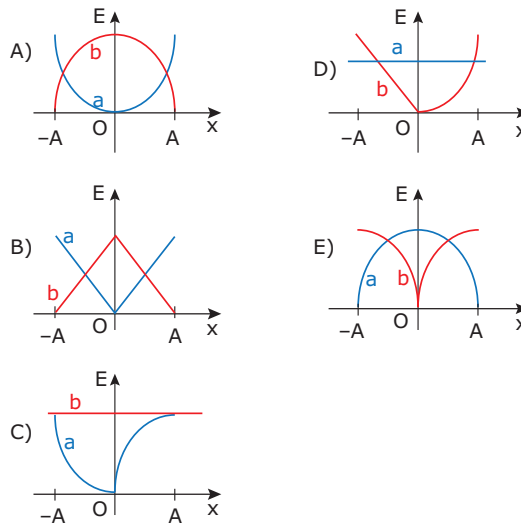
10. (CEFET-PR) Um oscilador massa-mola horizontal executa um Movimento Harmônico Simples de amplitude A. Das alternativas a seguir, assinale aquela que representa **CORRETAMENTE** o gráfico das energias potencial elástica e cinética que atuam nesse movimento, como função do deslocamento em relação à posição de equilíbrio (A : amplitude; a : energia potencial; b : energia cinética).

A)

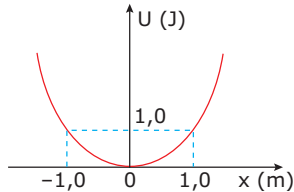
D)

B)

E)

C)

11. (Mackenzie-SP) Uma partícula em MHS tem velocidade máxima 2,0π m/s. Se a amplitude do movimento é de 20 cm, seu período é de

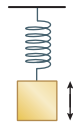
A) 20 min.
B) 0,20 min.
C) 20 s.
D) 2,0 s.
E) 0,20 s.

12. (PUC Minas) Uma partícula de massa 0,50 kg move-se sob a ação apenas de uma força, à qual está associada uma energia potencial U(x), cujo gráfico em função de x está representado na figura exposta. Esse gráfico consiste em uma parábola passando pela origem. A partícula inicia o movimento a partir do repouso, em x = –2,0 m. Sobre essa situação, é **FALSO** afirmar que

A) a energia mecânica dessa partícula é 8,0 J.

B) a velocidade da partícula, ao passar por x = 0, é 4,0 m/s.

C) em x = 0, a aceleração da partícula é zero.

D) quando a partícula passar por x = 1,0 m, sua energia cinética é 3,0 J.

13. (UFV-MG) Um bloco oscila harmonicamente, livre da resistência do ar, com uma certa amplitude, como ilustrado na figura a seguir.

Ao aumentar sua amplitude de oscilação, pode-se afirmar que

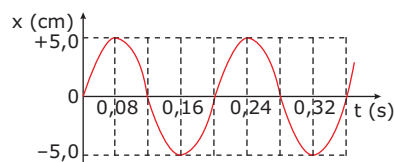
A) a constante elástica da mola não se altera, aumentando o período e a velocidade máxima do oscilador.

B) o período e a constante elástica da mola não se alteram, aumentando apenas a velocidade máxima do oscilador.

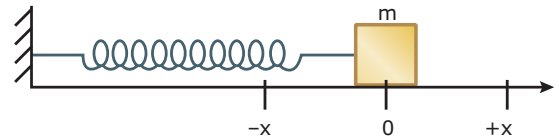
C) o período aumenta, a velocidade máxima diminui e a constante elástica da mola não se altera.

D) o período, a velocidade máxima do oscilador e a constante elástica da mola aumentam.

E) o período, a velocidade máxima do oscilador e a constante elástica da mola não se alteram.

14. (UFPE–2006) Um bloco de massa m = 100 g oscila ao longo de uma linha reta na horizontal, em Movimento Harmônico Simples, ligado a uma mola de constante elástica $k = 1,6 \times 10^2$ N/m. Um gráfico da posição x do bloco, em função do tempo t, é mostrado na figura a seguir.

Determine a aceleração **MÁXIMA** do bloco, em m/s^2.

A) 10 B) 20 C) 40 D) 60 E) 80

15. (UEG) Uma partícula de massa m, presa à extremidade de uma mola de massa desprezível, oscila num plano horizontal de atrito desprezível, em trajetória retilínea em torno do ponto de equilíbrio 0.

Sendo o movimento harmônico simples de amplitude x, marque a alternativa **CORRETA**.

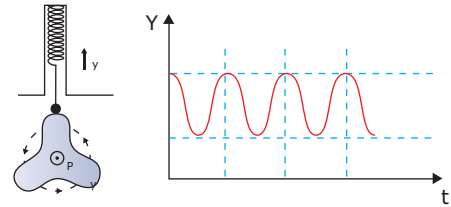
A) O período do movimento independe de m.

B) A energia cinética é máxima no ponto 0.

C) A energia mecânica do sistema é variável.

D) A energia potencial elástica é mínima em –x.

E) A energia potencial gravitacional varia ao longo do movimento.

16. (FUVEST-SP)

Uma peça, com a forma indicada, gira em torno de um eixo horizontal P, com velocidade angular constante e igual a π rad/s. Uma mola mantém uma haste apoiada sobre a peça, podendo a haste mover-se apenas na vertical. A forma da peça é tal que, enquanto ela gira, a extremidade da haste sobe e desce, descrevendo, com o passar do tempo, um movimento harmônico simples Y(t), como indicado no gráfico. Assim, a frequência do movimento da extremidade da haste será de

A) 3,0 Hz. C) 1,0 Hz. E) 0,5 Hz.

B) 1,5 Hz. D) 0,75 Hz.

17. (UFPR) Com relação a um pêndulo simples, constituído por uma pequena esfera de metal de massa m, suspensa por um fio inextensível de comprimento L e que oscila com pequena amplitude, considere as seguintes afirmativas:

I. O período desse pêndulo depende da massa da esfera.

II. A frequência aumentará, se o comprimento do fio for aumentado.

III. Se o pêndulo completar 100 oscilações em 50 s, sua frequência será 2 Hz.

IV. Medindo-se o período de oscilação do pêndulo, é possível determinar a aceleração da gravidade local.

Assinale a alternativa **CORRETA**.

A) Somente as afirmativas III e IV são verdadeiras.

B) Somente a afirmativa I é verdadeira.

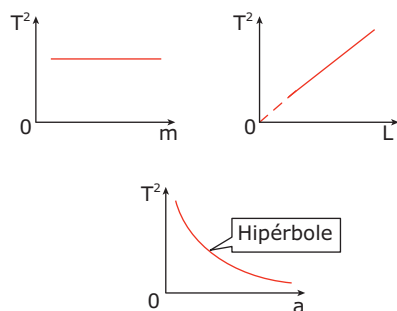
C) Somente a afirmativa II é verdadeira.

D) Somente as afirmativas I e III são verdadeiras.

E) Somente as afirmativas II e IV são verdadeiras.

SEÇÃO ENEM

01. Os relógios de pêndulo foram inventados por Huygens, em 1656, e desde então marcam as horas com precisão desejável. Seu funcionamento se baseia na regularidade do período de oscilação de um pêndulo simples, que nada mais é do que uma determinada massa (m) presa a uma haste com um certo comprimento (L).

Alguns alunos fizeram experimentos com o objetivo de precisar as variáveis que determinam e influenciam o período de oscilação de um relógio de pêndulo. As grandezas pesquisadas foram a massa (m) e o comprimento (L) do pêndulo e o valor da aceleração vertical (a) que atua sobre o pêndulo. Em cada experimento apenas uma das grandezas foi alterada e as demais foram mantidas constantes. O amortecimento natural do pêndulo é compensado por um dispositivo que fornece energia ao relógio. Os gráficos a seguir mostram o quadrado do período de oscilação (T^2) em função da massa (m), do comprimento (L) e a da aceleração (a).

Considere um relógio de pêndulo que, aqui na Terra e em condições normais de funcionamento, marca o tempo de forma precisa. Se esse relógio for usado na superfície da Lua, ele vai, certamente,

A) atrasar e, para corrigir a medição do tempo, o comprimento do pêndulo deverá ser diminuído.

B) adiantar e, para corrigir a medição do tempo, o comprimento do pêndulo deverá ser aumentado.

C) adiantar e, para corrigir a medição do tempo, a massa do pêndulo deverá ser diminuída.

D) atrasar e, para corrigir a medição do tempo, a massa do pêndulo deverá ser aumentada.

E) marcar o tempo de forma precisa, pois na Lua não existe atmosfera e os atritos são desprezíveis.

02. O oscilador massa-mola consiste um pequeno bloco de massa m, preso a uma mola de constante elástica K, que vibra em torno de uma posição de equilíbrio. Cada sistema apresenta um período de oscilação (T), constante, que, dentro da condição de linearidade da força exercida pela mola, pode ser calculado por $T = 2\pi(m/K)^{1/2}$.

Os átomos de uma haste de metal, por exemplo, estão em permanente vibração em torno de uma posição de equilíbrio devido à agitação térmica, com uma determinada frequência (f). Nos estudos de dilatação, costuma-se fazer uma analogia entre eles e pequenas bolas presas por molas. Assim, com o aumento de temperatura, tais átomos vibram com maior amplitude e maior energia cinética média, ocupando, cada um deles, mais espaço. Isso explicaria a dilatação térmica da haste.

Considere que a analogia entre os átomos na haste de metal e o oscilador massa-mola seja perfeita. Nessas circunstâncias, com o aumento de temperatura, a frequência (f) de vibração dos átomos na haste de metal

A) aumenta, pois o aumento de temperatura faz aumentar a velocidade média de vibração.

B) aumenta, pois o aumento de temperatura faz aumentar a distância média percorrida pelo átomo.

C) diminui, pois o aumento de temperatura faz aumentar a velocidade média de vibração.

D) diminui, pois o aumento de temperatura faz aumentar a distância média percorrida pelo átomo.

E) não se altera, uma vez que o período e a frequência não dependem da amplitude de oscilação.

GABARITO

Fixação

01. A
02. C
03. E
04. A
05. A

Propostos

01. E
02. A
03. C
04. B
05. A
06. D
07. C
08. A
09. D
10. A
11. E
12. A
13. B
14. E
15. B
16. B
17. A

Seção Enem

01. A
02. E

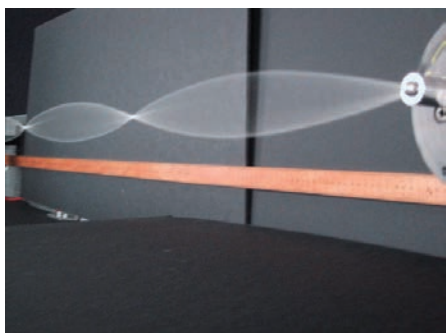
FÍSICA

MÓDULO 08 FRENTE C

Introdução à Ondulatória

Quando jogamos uma pedra em uma lagoa, observamos um "círculo" que se expande, mantendo o seu centro fixo no ponto em que a pedra caiu. O movimento desse círculo, que chamaremos de pulso, corresponde à propagação de uma onda na água. Um objeto flutuante, atingido pelo pulso (uma rolha, por exemplo), apenas sobe e desce enquanto o pulso passa por ele, não se deslocando no sentido do movimento do pulso. Isso evidencia que essa vibração não carrega matéria consigo, a despeito de a energia ter sido transmitida ao objeto flutuante e de ela propagar-se através da água. Outro tipo de onda é o som. Considere duas pessoas conversando. Quando uma delas fala, o ar entre as pessoas vibra em torno de uma posição de equilíbrio e transmite a energia até o ouvinte. No entanto, o ar não se desloca de uma pessoa a outra. Apenas a energia é transmitida, através do ar, entre as duas pessoas.

Assim, dizemos que uma **onda** é qualquer processo periódico de **transmissão de energia** através de um meio de propagação, **sem que exista transporte de matéria** entre pontos desse meio. Veja a seguir as fotos de algumas ondas se propagando na água e numa corda.

Roger McLassus / Creative Commons

Creative Commons

TIPOS DE ONDAS

Uma onda pode ser classificada com base em diversos critérios, a saber:

Quanto à natureza da onda

1. Onda mecânica – é um fenômeno ondulatório que exige e depende de um **meio material** para se propagar. Isso significa que nenhuma onda mecânica se propaga no vácuo. Na propagação de uma onda desse tipo, através de um meio, as partículas do meio vibram em torno de suas respectivas posições de equilíbrio e transmitem energia às partículas vizinhas, de maneira que a energia se propaga através do meio sem que haja transporte de partículas de um ponto a outro. Ondas em cordas ou molas, ondas sonoras, ondas na água, entre outras, são exemplos típicos de ondas mecânicas.

2. Onda eletromagnética (OEM) – é formada por campos elétricos e magnéticos que oscilam ortogonalmente entre si e, também, à direção de propagação da onda. Detalhes de como as OEMs são produzidas serão vistos, posteriormente, nos módulos sobre Física Moderna. O espectro dessas ondas é formado por ondas de rádio e TV, de radar e micro-ondas, infravermelho ("calor radiante"), luz visível (do vermelho ao violeta), ultravioleta, raios X e raios gama. Cada uma dessas ondas diferem entre si na frequência de oscilação dos campos. A frequência de oscilação dessas ondas cresce na mesma ordem em que estas foram apresentadas. As OEMs não necessitam de um meio material para se propagar, por isso, são as únicas ondas que podem se propagar no vácuo. Nesse meio, todas elas se propagam com velocidade de, aproximadamente, $3{,}0 \times 10^8$ m/s, independentemente de sua frequência. As ondas eletromagnéticas também podem se propagar em meios materiais que sejam "transparentes" a elas, como o ar, mas sempre com velocidades menores que $3{,}0 \times 10^8$ m/s. Na propagação de uma onda eletromagnética através do ar, as moléculas de ar **não** vibram com a passagem dessa onda, são os campos elétricos e magnéticos da onda que oscilam.

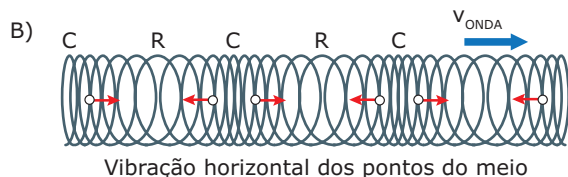
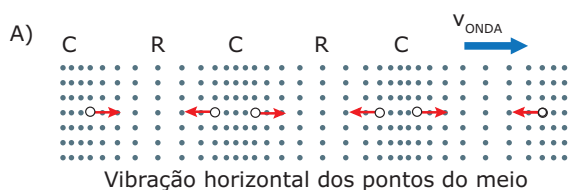
Quanto à direção de vibração do meio

1. Onda transversal – é o fenômeno ondulatório no qual as partículas do meio (ou os campos elétrico e magnético) oscilam (vibram) perpendicularmente à direção de propagação da onda. Uma onda se propagando na água, ou em uma corda, e todas as ondas eletromagnéticas são exemplos de ondas transversais. Veja a figura a seguir, que representa uma onda se propagando em uma corda.

Considere que a onda se propague para a direita. A velocidade de propagação define o sentido de movimento da onda e mede a rapidez com a qual a energia se desloca através do meio. Observe que cada ponto da corda (círculos brancos) se desloca para cima e para baixo, em torno da linha central de equilíbrio, enquanto a onda se desloca através da corda para a direita.

2. Onda longitudinal – é o tipo de onda em que as partículas do meio vibram na mesma direção de propagação da onda, ou seja, oscilam paralelamente à direção de transmissão da energia. As ondas sonoras, a transmissão de calor em um corpo sólido e algumas ondas em molas são exemplos de ondas longitudinais. Esse tipo de onda caracteriza-se por compressões (regiões de maior densidade) e rarefações (locais de menor densidade) de partículas do meio de propagação. Veja a seguir a representação da propagação do som através do ar (Fig. A) e de uma onda longitudinal propagando-se em uma mola (Fig. B).

A)

B)

Nas figuras, as moléculas de ar e os anéis da mola vibram para a direita e para a esquerda, enquanto a onda caminha para a direita, ou seja, as partículas do meio oscilam na mesma direção de propagação da onda. Observe as regiões C e R nas figuras. Elas representam regiões onde existe uma maior densidade de ar ou de anéis (compressão) e uma menor densidade de ar ou de anéis (rarefações), respectivamente.

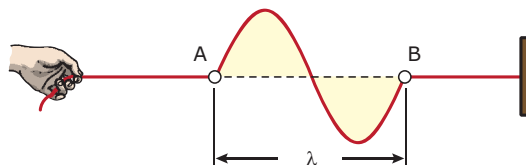
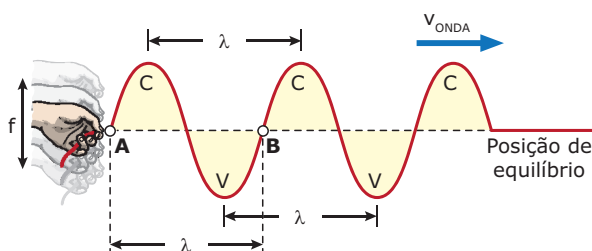
Quanto ao número de dimensões do espaço

1. Onda unidimensional – é a onda que se propaga apenas em uma dimensão do espaço, ou seja, a energia transmitida pela onda caminha em uma única direção. A onda transversal, que se propaga em uma corda, e a onda longitudinal, em uma mola, são dois exemplos clássicos desse tipo de onda.

2. Onda bidimensional – é a onda que se propaga em duas dimensões do espaço. Isso significa que a energia se propaga através de uma superfície plana, geralmente em diversas direções, a partir da fonte. O exemplo mais conhecido de ondas bidimensionais é o de uma onda que se propaga na água, quando uma pedra, por exemplo, é jogada em sua superfície.

3. Onda tridimensional – é a onda que se propaga pelo espaço, nas suas três dimensões. Dessa forma, a energia da onda se difunde por todo o espaço tridimensional em torno da fonte. O som de um sino, a luz de uma lâmpada ou as ondas de rádio que emergem de uma antena transmissora são exemplos típicos de ondas tridimensionais.

GRANDEZAS CARACTERÍSTICAS DAS ONDAS

Vamos apresentar as características básicas de uma onda, utilizando, como exemplo, uma onda transversal que se propaga em uma corda elástica. Considere uma pessoa segurando uma corda elástica ideal. Se a pessoa oscila a mão para baixo e para cima e retorna sua mão à posição central, ela produz um pulso transversal que se propaga através da corda. A figura a seguir mostra um pulso completo, que, nesse caso, é uma onda (AB).

Se a pessoa oscila a mão sucessivamente na vertical, com uma frequência f, ela produz um conjunto de pulsos – uma onda – que se propagam através da corda. Veja a seguir.

As regiões da onda mais afastadas da posição de equilíbrio, acima e abaixo desta, são chamadas de cristas (C) e de vales (V) da onda, respectivamente. Se a mão tivesse oscilado na horizontal, teríamos as cristas em um dos lados da posição horizontal de equilíbrio e os vales do lado oposto.

As principais grandezas que caracterizam uma onda são o período (T), a frequência (f), o comprimento de onda (λ), a velocidade de propagação da onda (v) e a amplitude (A).

Período (T) e frequência (f)

O período (T) de oscilação de uma onda é o intervalo de tempo gasto em uma oscilação completa do sistema, ou seja, é o menor intervalo de tempo gasto entre dois instantes, nos quais cada ponto do meio apresenta as mesmas condições de posição, de velocidade e de aceleração. A frequência (f) da onda, uma de suas grandezas mais importantes, caracteriza o número de oscilações completas do sistema numa determinada unidade de tempo. A relação entre o período e a frequência, no movimento ondulatório, é a mesma vista no MHS. O período e a frequência da onda são impostos exclusivamente (*) pelo oscilador – fonte que deu origem à onda. Portanto, tais grandezas são determinadas na **geração** da onda. Assim, podemos escrever:

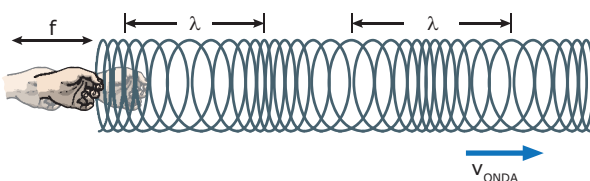
$$T_{ONDA} = T_{OSCILADOR} \quad \text{e} \quad f_{ONDA} = f_{OSCILADOR}$$

O fato de a frequência e o período de uma onda serem determinados durante a geração desta nos garante que a frequência da onda não é alterada quando esta sofre, por exemplo, reflexão ou refração.

(*) Alguns poucos fenômenos, como o efeito Comptom, podem alterar a frequência de uma onda depois que ela foi gerada. Porém, esses fenômenos fogem à finalidade deste livro.

Comprimento de onda (λ)

O comprimento de onda (λ) corresponde à distância percorrida pela onda em um período (T). O comprimento de onda pode ser medido pela distância entre os pontos A e B mostrados nas duas figuras anteriores. Veja também, na figura anterior, que o comprimento de onda é a distância entre duas cristas ou entre dois vales consecutivos de uma onda.

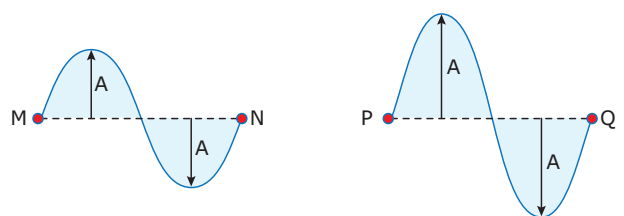
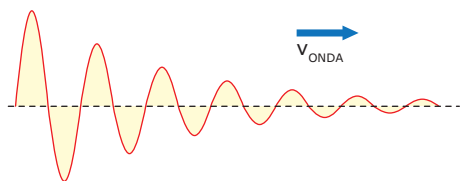
Em uma onda longitudinal, o comprimento de onda é a distância entre os centros de duas rarefações ou de duas compressões consecutivas, por exemplo. Veja a seguir.

Velocidade de propagação da onda (v)

A velocidade (v) de propagação da onda caracteriza a rapidez com que a energia transmitida pela onda se propaga através do meio. A velocidade de propagação de uma determinada onda depende apenas do tipo dessa onda e do meio em que ela se propaga (exceto para as OEMs em meios dispersivos).

Considere, por exemplo, uma corda de *nylon* transparente na qual se propaguem ondas de tipos diferentes: a luz, o ultrassom e a onda transversal na corda (produzida pela oscilação desta). O meio de propagação é o mesmo (a corda de *nylon*), porém as velocidades de propagação das ondas são diferentes, pois se tratam de ondas diferentes.

Quando nos referimos ao meio de propagação, não estamos falando, necessariamente, da substância que o compõe. Vamos analisar algumas situações a respeito dessa ideia. Considere, por exemplo, o ar como meio de propagação do som. Se a densidade ou a pressão do ar variar, teremos meios de propagação diferentes, e o som vai se deslocar, nesses meios, com diferentes velocidades. Imaginemos, agora, todas as cordas de um violão feitas do mesmo material. Se elas estão estiradas com a mesma força de tração, mas têm espessuras diferentes, cada corda é um meio diferente, e a velocidade com que as ondas se propagam através de cada uma delas será diferente. Considere duas cordas de violão do mesmo material e com a mesma espessura. Se as cordas estão esticadas com diferentes trações, as velocidades das ondas nessas cordas serão diferentes, pois se tratam de meios diferentes (cordas tracionadas de formas distintas). A velocidade de uma onda que se propaga na água depende, entre outras coisas, da profundidade do líquido. À medida que a profundidade aumenta, a velocidade da onda na água também aumenta.

Amplitude (A)

A amplitude (A) é a distância que vai da linha de equilíbrio até o ponto máximo de uma crista ou até o ponto mínimo de um vale. A amplitude corresponde ao afastamento máximo de cada ponto do meio em relação à posição de equilíbrio. Essa grandeza está relacionada com a energia transmitida pela onda. Assim, quanto maior a energia (E) transportada pela onda, maior é a amplitude (A) de oscilação da onda. Observe a figura a seguir. A onda PQ, de maior amplitude, transmite mais energia que a onda MN, de menor amplitude.

Quando uma onda se propaga através de um meio material que absorve energia, a amplitude de oscilação da onda diminui gradativamente, como mostra a figura a seguir.

Apesar de a amplitude da onda estar diminuindo, a velocidade de propagação, que depende do meio, a frequência e o período, impostos pelo oscilador, e o comprimento de onda não sofrem variações.

EQUAÇÃO GERAL DAS ONDAS

A velocidade de propagação de uma onda depende do meio em que a onda se propaga. Logo, determinada onda se propagando em certo meio terá uma velocidade (v) constante. Dessa forma, a distância (d) percorrida pela onda é proporcional ao tempo (t) gasto no deslocamento. Assim, podemos escrever:

$$d = vt$$

Para o tempo de um período, temos:

$d = \lambda$ e $t = T \Rightarrow \lambda = vT$

Como $T = 1/f$:

$$\lambda = v/f$$

OBSERVAÇÃO

A equação anterior pode ser escrita como $v = \lambda f$. Veja que essa relação parece sugerir que a velocidade de propagação de uma determinada onda é proporcional à frequência desta. Isso, entretanto, não é verdade, pois a velocidade de propagação de uma onda depende do tipo de onda e de seu meio de propagação. Para o caso da luz, conforme visto anteriormente, a velocidade da radiação, em meios dispersivos, será menor para maiores frequências ($v \propto 1/f$). Para as ondas mecânicas, a velocidade de propagação é independente da frequência.

EXERCÍCIOS RESOLVIDOS

01. Um bloco de massa m = 1,0 kg está preso a uma mola ideal de constante elástica k = 3 600 N/m. Uma corda elástica está presa ao bloco (considere que ela não altere o período de oscilação do sistema massa-mola). O sistema é posto a oscilar, na vertical, entre os pontos A e B. Assim, uma onda se propaga através da corda, com comprimento de onda igual a 20 cm. Considere π = 3,0. Determinar

A) a frequência de oscilação do sistema massa-mola (MHS).

B) a velocidade de propagação da onda na corda (v_{onda}).

C) os pontos da corda que apresentam, em módulo, as velocidades máximas e mínimas de vibração.

Resolução:

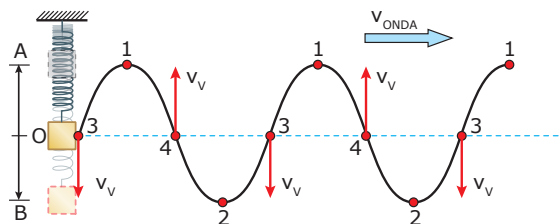
A) O período de oscilação pode ser calculado por:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{K}} \Rightarrow T = 2.3\sqrt{\frac{1,0}{3\,600}} \Rightarrow T = 6/60 = 0,10 \text{ s}$$

Como $f = 1/T \Rightarrow f = 1/0,10 \Rightarrow f = 10$ Hz

B) A frequência de oscilação da onda na corda é imposta pelo MHS do bloco, portanto, a frequência da onda na corda vale 10 Hz. Logo, a velocidade da onda na corda é dada por:

$v = \lambda f = 20.10 \Rightarrow v = 200$ cm/s

C) A figura a seguir mostra os pontos de máxima e mínima velocidade de vibração da corda. Os pontos de crista (1) e vale (2) correspondem, respectivamente, às posições A e B do oscilador. Nesses pontos, a velocidade do bloco e a velocidade de vibração (v_V) da corda são nulas. Os pontos 3 e 4 (na linha de equilíbrio) correspondem, respectivamente, ao bloco descendo e subindo com a máxima velocidade. Assim, as velocidades de vibração dos pontos da corda que estão sobre a linha de equilíbrio são máximas. Observe o sentido da velocidade de vibração de cada um desses pontos.

OBSERVAÇÃO

Veja os pontos 3 e 4 na figura anterior. A onda caminha para a direita. Observe que, **antes** de cada ponto 3, vem um vale e a corda deve descer (assim, a velocidade de vibração é para baixo). Em cada ponto 4, está **chegando** uma crista e a corda deve subir (logo, a velocidade de vibração é para cima).

02. A velocidade de propagação de uma onda em uma corda elástica é dada por:

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}} \Rightarrow \begin{cases} F = \text{módulo da força que traciona a corda} \\ \mu = \text{densidade linear de massa} = m/L \\ \quad (\text{massa/comprimento}) \end{cases}$$

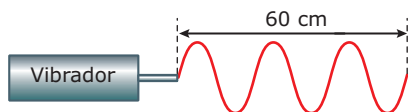
Um cabo de aço, que sustenta um andaime, tem um comprimento L = 20 m e massa m = 10 kg. Para determinar a força que traciona o cabo, um engenheiro golpeia uma das suas extremidades, verificando que o tempo de propagação do pulso, até o seu retorno ao ponto do golpe, vale 2,0 s. Determinar a força tração a que o cabo está submetido.

Resolução:

Com os dados fornecidos, temos:

$$\begin{cases} \mu = m/L = 10/20 = 0,50 \text{ kg/m} \\ v = d/t = 2L/t = 2.20/2,0 = 20 \text{ m/s} \end{cases}$$

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}} \Rightarrow 20 = \sqrt{\frac{F}{0,50}} \Rightarrow F = 2,0 \times 10^2 \text{ N}$$

03. Uma corda elástica está presa a um vibrador que lhe impõe uma onda de frequência 10 Hz. O comprimento da corda é igual a 60 cm, conforme indica a figura a seguir.

A) Encontrar a velocidade de propagação da onda.

B) Caso a lâmina impusesse uma frequência de 50 Hz, determinar qual seria o novo comprimento de onda.

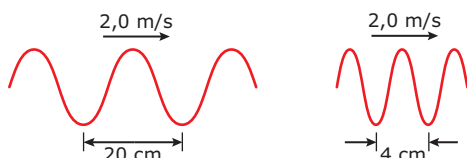
Resolução:

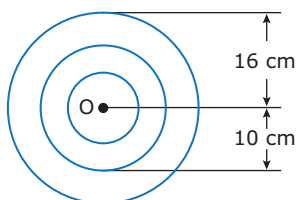
A) A figura mostra 3 ondas completas. Assim, λ = 20 cm = 0,20 m. Com esse valor, obtemos a velocidade da onda:

$v = \lambda f = 0{,}20.10 = 2{,}0$ m/s

B) A velocidade de uma onda mecânica é função das características do meio, e não da frequência da onda. No caso de ondas em cordas, essas características são a tensão e a densidade linear da corda. Como não houve alteração nessas características, a velocidade continua sendo v = 2,0 m/s. Assim, o comprimento de onda da nova onda será:

$\lambda = v/f = 200/50 = 4{,}0$ cm

A figura a seguir resume esse problema.

EXERCÍCIOS DE FIXAÇÃO

01. (UFPB) De uma torneira mal fechada, caem 3 gotas por segundo sobre o ponto O da figura a seguir, que representa a superfície da água em um tanque. A figura também indica, num instante dado, as cristas geradas pelas 3 primeiras gotas. Nessas condições, a velocidade de propagação das ondas na superfície da água é de

A) 12 cm/s.

B) 15 cm/s.

C) 16 cm/s.

D) 18 cm/s.

E) 26 cm/s.

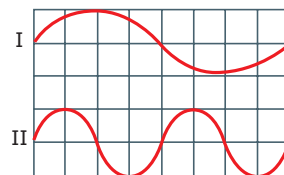
02. (UFMG) Uma onda de rádio é emitida por uma estação transmissora e recebida por um aparelho receptor, situado a alguns quilômetros de distância. Para que ocorra a propagação da onda de rádio, entre a estação transmissora e o aparelho receptor,

A) deve existir um meio material qualquer.

B) deve existir um meio material que contenha elétrons livres.

C) deve existir um meio material que contenha fótons.

D) não é necessária a presença de um meio material.

03. (UFMG) A figura a seguir mostra duas ondas que se propagam em cordas idênticas (mesma velocidade de propagação).

A afirmação **CERTA** é

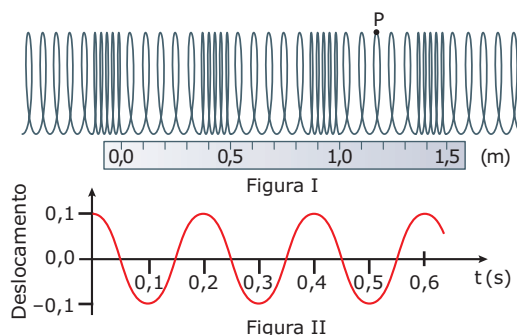
A) a amplitude e o comprimento de onda são maiores em I.

B) a frequência, em I, é menor que em II, e o comprimento de onda, em I, é maior que em II.

C) a amplitude em ambas é a mesma, e a frequência, em I, é maior que em II.

D) a frequência e o comprimento de onda são maiores em I.

E) as frequências são iguais, e o comprimento de onda é maior em I.

04. (UFMG) A figura I mostra, em um determinado instante, uma mola na qual se propaga uma onda longitudinal. Uma régua de 1,5 m está colocada a seu lado. A figura II mostra como o deslocamento de um ponto P da mola, em relação à sua posição de equilíbrio, varia com o tempo.

As **MELHORES** estimativas para o comprimento de onda λ e para o período T dessa onda são

A) λ = 0,2 m e T = 0,5 s.

B) λ = 0,2 m e T = 0,2 s.

C) λ = 0,5 m e T = 0,5 s.

D) λ = 0,5 m e T = 0,2 s.

05. (UFMG–2006) Enquanto brinca, Gabriela produz uma onda transversal em uma corda esticada. Em certo instante, parte dessa corda tem a forma mostrada na figura a seguir. A direção de propagação da onda na corda também está indicada na figura. Assinale a alternativa em que estão representados **CORRETAMENTE** a direção e o sentido do deslocamento do ponto P da corda, no instante mostrado.

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

01. (UFMG) O som é um exemplo de uma onda longitudinal. Uma onda produzida numa corda esticada é um exemplo de uma onda transversal. O que difere ondas mecânicas longitudinais de ondas mecânicas transversais é

A) a direção de vibração do meio de propagação.

B) a direção de propagação.

C) o comprimento de onda.

D) a frequência.

02. (UFTM-MG) Denomina-se onda o movimento causado por uma perturbação que se propaga por um meio. As ondas podem ser classificadas quanto à natureza, quanto à direção de propagação e quanto à direção de vibração. Em relação à direção de propagação, as ondas podem ser unidimensionais, bidimensionais ou tridimensionais, e ficam, perfeita e respectivamente, representadas por ondas

A) em cordas, em superfícies de lagos e sonoras.

B) em metais, sonoras e eletromagnéticas.

C) luminosas, em metais e em cordas.

D) sonoras, eletromagnéticas e em cordas.

E) luminosas, em metais e em superfícies de lagos.

03. (UFSM-RS) **NÃO** é exemplo de onda eletromagnética

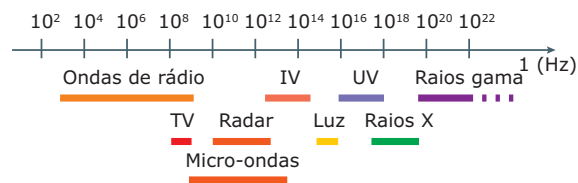
A) micro-ondas

B) radiação infravermelha

C) radiação ultravioleta

D) raios X

E) ultrassom

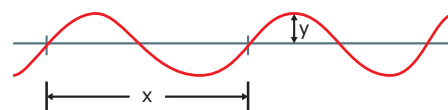
04. (UFMG) A figura corresponde ao espectro eletromagnético dos diversos tipos de ondas eletromagnéticas, propagando-se no vácuo.

Colocando-se o espectro na ordem crescente dos comprimentos de onda, a única distribuição **CORRETA** é

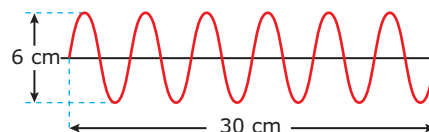
A) ondas de rádio < luz visível < raios gama.

B) raios X < infravermelho < ondas de TV.

C) infravermelho < micro-ondas < luz visível.

D) ultravioleta < raios X < raios gama.

05. (UFMG) A figura representa uma corda na qual se propaga uma onda transversal de frequência f. A velocidade de propagação da onda, na corda, é dada por

A) f.x. B) f.y. C) x/f. D) y/f. E) x/y.

06. (UFMG) Na figura está representada uma onda que, em 2,0 segundos, se propaga de uma extremidade à outra de uma corda. O comprimento de onda (cm), a frequência (ciclos/s) e a velocidade de propagação (cm/s), respectivamente, são

A) 3, 5, 15. B) 3, 15, 5. C) 5, 3, 15. D) 5,15,3.

07. (PUC-SP) O fone de ouvido tem se tornado, cada vez mais, um acessório indispensável para os adolescentes que curtem suas músicas em todos os ambientes e horários. Antes do advento do iPod e outros congêneres, para ouvir as músicas da parada de sucessos, os jovens tinham que carregar seu radinho portátil, sintonizado em FM (frequência modulada).

Observando o painel de um desses rádios, calcule a razão aproximada entre o maior e o menor comprimento de onda para a faixa de valores correspondentes a FM.

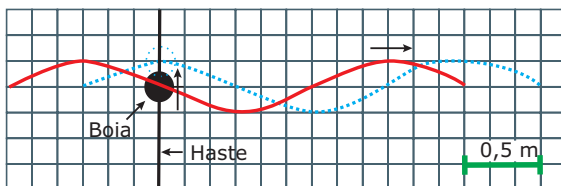
A) 0,81

B) 0,29

C) 1,65

D) 0,36

E) 1,23

08. (FUVEST-SP) Uma boia pode se deslocar livremente ao longo de uma haste vertical, fixada no fundo do mar. Na figura, a curva cheia representa uma onda no instante t = 0 s, e a curva tracejada, a mesma onda no instante t = 0,2 s. Com a passagem dessa onda, a boia oscila.

Nessa situação, o menor valor possível da velocidade da onda e o correspondente período de oscilação da boia valem

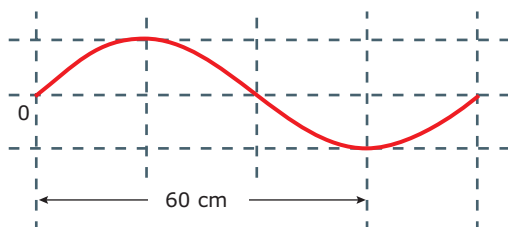
A) 2,5 m/s e 0,2 s.

B) 5,0 m/s e 0,4 s.

C) 0,5 m/s e 0,2 s.

D) 5,0 m/s e 0,8 s.

E) 2,5 m/s e 0,8 s.

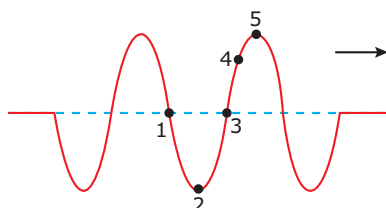
09. (Mackenzie-SP–2010) A figura a seguir ilustra uma onda mecânica que se propaga em um certo meio, com frequência 10 Hz. A velocidade de propagação dessa onda é

A) 0,40 m/s.

B) 0,60 m/s.

C) 4,0 m/s.

D) 6,0 m/s.

E) 8,0 m/s.

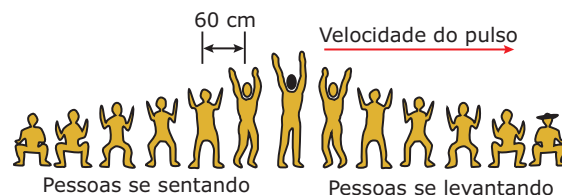
10. (UFC) A figura a seguir representa uma onda harmônica que se propaga, para a direita, em uma corda homogênea. No instante representado, considere os pontos da corda indicados: 1, 2, 3, 4 e 5. Assinale a afirmativa **CORRETA**.

A) Os pontos 1 e 3 têm velocidade nula.

B) Os pontos 2 e 5 têm velocidade máxima.

C) O ponto 4 tem velocidade maior que o ponto 1.

D) O ponto 2 tem velocidade maior que o ponto 3.

E) Os pontos 1 e 3 têm velocidade máxima.

11. (FCMMG) Nos estádios esportivos lotados, é comum espectadores se levantarem num movimento ordenado (apelidado de "ola") à semelhança de um pulso produzido numa corda. Logo que uma pessoa começa a se levantar, a outra ao lado também inicia seu movimento de subida, de tal forma que, quando uma pessoa fica totalmente em pé (a de cabeça preta na figura), a sexta pessoa seguinte (a de chapéu na figura) começa a se levantar.

Sabendo-se que a distância média entre duas pessoas lado a lado é de 60 cm e o tempo para que uma pessoa fique em pé é de 0,60 s, a velocidade de propagação do "pulso de pessoas" é mais próxima de

A) 1,0 m/s.

B) 6,0 m/s.

C) 20 m/s.

D) 40 m/s.

12. (UNIFESP) *Cientistas descobriram que a exposição das células humanas endoteliais à radiação dos telefones celulares pode afetar a rede de proteção do cérebro. As micro-ondas emitidas pelos celulares deflagaram mudanças na estrutura da proteína dessas células, permitindo a entrada de toxinas no cérebro.* (*Folha de S. Paulo*, 25. jul. 2002).

As micro-ondas geradas pelos telefones celulares são ondas de mesma natureza que

A) o som, mas de menor frequência.

B) a luz, mas de menor frequência.

C) o som, e de mesma frequência.

D) a luz, mas de maior frequência.

E) o som, mas de maior frequência.

13. (PUC Minas) Um professor de Física, que ministrava a primeira aula de ondas, dava exemplos de ondas eletromagnéticas. Ele dizia: "São exemplos de ondas eletromagnéticas as ondas de rádio, a luz, as ondas de radar, os raios X, os raios γ." Logo após ter citado os raios γ, um aluno entusiasmado completou a lista de exemplos, dizendo: "Raios α, raios β e raios catódicos". Pode-se afirmar que

A) pelo menos um exemplo citado pelo professor está errado.

B) todos os exemplos citados pelo professor e pelo aluno estão corretos.

C) apenas um exemplo citado pelo aluno está errado.

D) os três exemplos citados pelo aluno estão errados.

E) há erros tanto nos exemplos citados pelo professor quanto naqueles citados pelo aluno.

14. (PUC-SP) As estações de rádio têm, cada uma delas, uma frequência fixa e própria na qual a transmissão é feita. A radiação eletromagnética transmitida por suas antenas é uma onda de rádio. Quando escutamos uma música, nossos ouvidos são sensibilizados por ondas sonoras. Sobre ondas sonoras e ondas de rádio, são feitas as seguintes afirmações:

I. Qualquer onda de rádio tem velocidade de propagação maior do que qualquer onda sonora.

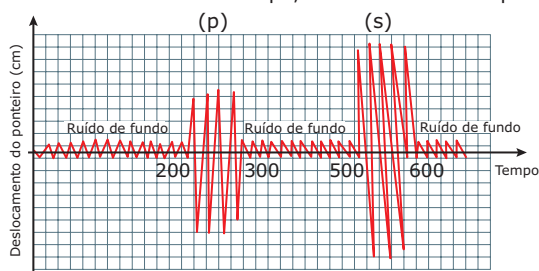
II. Ondas de rádio e ondas sonoras propagam-se em qualquer meio, tanto material quanto no vácuo.

III. Independentemente de a estação de rádio transmissora ser AM ou FM, a velocidade de propagação das ondas de rádio no ar é a mesma e vale, aproximadamente, $3,0 \times 10^8$ m/s.

Está **CORRETO** o que se afirma apenas em

A) I. C) I e II. E) II e III.
B) III. D) I e III.

SEÇÃO ENEM

01. Um abalo sísmico ocorrido numa região produz vários tipos de ondas, que se propagam através da terra e podem ser detectadas por um sismógrafo colocado a vários quilômetros do epicentro do evento. Duas dessas ondas, decorrentes de um abalo, são chamadas de ondas p e s, que se propagam, pelo solo, com diferentes velocidades e apresentam intensidades também diferentes, ou seja, transmitem diferentes energias a cada segundo. O sismograma é o registro das vibrações do solo, provocadas pelo abalo, e ele mede o deslocamento do ponteiro do sismógrafo em função do tempo. O ruído de fundo é o registro de pequenas vibrações do ponteiro do sismógrafo, geradas por vibrações naturais do solo. O gráfico seguinte mostra um sismograma típico de um abalo que chega a uma estação de monitoramento, em unidades arbitrárias de tempo, contendo as ondas p e s.

A partir da análise do gráfico, pode-se afirmar que

A) as ondas p apresentam maior velocidade e maior intensidade que as ondas s.

B) as ondas p apresentam maior velocidade e menor intensidade que as ondas s.

C) as ondas p apresentam menor velocidade e maior intensidade que as ondas s.

D) as ondas p apresentam menor velocidade e menor intensidade que as ondas s.

E) não é possível comparar as velocidades e as intensidades apenas com os dados fornecidos.

02. *Um* tsunami *no oceano profundo apresenta um comprimento de onda de cerca de 200 km, propaga-se com velocidade de mais de 800 km/h, possui um período de oscilação de 30 minutos e apresenta uma amplitude de apenas 1 m. Isso torna difícil detectar* tsunamis *em águas profundas. À medida que o* tsunami *se aproxima da costa e as águas se tornam mais rasas, o empolamento da água comprime a onda e sua velocidade e o seu comprimento de onda diminuem para menos de 80 km/h e 20 km, respectivamente. A amplitude cresce enormemente, produzindo uma onda claramente visível. Exceto para os* tsunamis *extremamente grandes, a onda ao se aproximar da praia não quebra, ela aparece como um movimento rápido de água que invade a praia e arrasa tudo o que encontra pela frente.*

Disponível em: <http://pt.wikipedia.org/wiki/Tsunami>. Acesso em: 21 dez. 2010 (Adaptação).

Considere que a energia transportada pelo *tsunami* seja proporcional ao produto $\lambda.A^2$, em que A e λ são, respectivamente, a amplitude e o comprimento de onda da onda. Este, por sua vez, é proporcional à raiz quadrada da profundidade do mar ($\lambda \propto \sqrt{h}$).

Considere que um *tsunami* gerado em águas com profundidade de 1 600 m possui um comprimento de onda de 80 km e uma amplitude de 1,0 m. Considere ainda que, em sua propagação desde o local em que foi gerado até se aproximar da praia numa profundidade de 1,0 m, o *tsunami* tenha mantido a sua energia inicial. Nessa profundidade, a sua altura (amplitude) será de

A) 3,1 m.

B) 6,3 m.

C) 12,5 m.

D) 26 m.

E) 40 m.

GABARITO

Fixação

01. D 03. B 05. B
02. D 04. D

Propostos

01. A	06. C	11. B
02. A	07. E	12. B
03. E	08. E	13. D
04. B	09. E	14. D
05. A	10. E	

Seção Enem

01. B 02. B

FÍSICA

MÓDULO 10 FRENTE D

Geradores, receptores e associações

Para sustentar uma corrente elétrica em um circuito, é necessária a presença de um dispositivo que converta, permanentemente, certa forma de energia em energia elétrica. Esse dispositivo é chamado de fonte de força eletromotriz, que abreviaremos por fonte de f.e.m. As fontes de f.e.m. mais familiares são as baterias automotivas e as pilhas alcalinas, sendo que ambas transformam energia química em energia elétrica. Os grandes geradores de corrente alternada presentes nas usinas de eletricidade são fontes de f.e.m., responsáveis por enviar energia elétrica às cidades e às indústrias, em larga escala; eles convertem a energia mecânica de rotação de uma turbina em energia elétrica. O painel fotovoltaico e a célula a combustível são fontes de f.e.m. menos convencionais. O primeiro converte energia solar em energia elétrica e a segunda produz energia elétrica, em geral, a partir de uma reação química em que hidrogênio e oxigênio são convertidos em vapor de água. A figura 1 é uma ilustração do robô Spirit, da NASA, que chegou a Marte em janeiro de 2004. Os painéis fotovoltaicos sobre o veículo captam a fraca energia solar que atinge o planeta, transformando-a em energia elétrica para alimentar os diversos sistemas do robô.

NASA

Figura 1: O robô Spirit, da NASA, é movido por uma fonte de f.e.m. que converte energia solar em energia elétrica.

Neste módulo, o nosso foco não será explicar os modos pelos quais as fontes de força eletromotriz convertem uma dada forma de energia em energia elétrica. Aqui, o nosso objetivo será apresentar as propriedades elétricas de uma fonte de f.e.m. e investigar as interferências que a fonte e os outros elementos do circuito elétrico exercem entre si. Depois de introduzir esses fundamentos, estudaremos os circuitos elétricos constituídos por duas ou mais fontes de f.e.m., nos quais algumas fontes podem atuar como produtoras de energia elétrica (geradores) e outras, como consumidoras (receptores).

PROPRIEDADES DE UMA FONTE DE F.E.M.

As duas principais propriedades elétricas de uma fonte de f.e.m. são a força eletromotriz e a resistência interna da fonte. A f.e.m. depende apenas da fonte, mantendo-se inalterada quando ela é usada para alimentar um resistor ou outros elementos do circuito. A resistência interna também pode ser considerada constante, a menos que ocorra uma mudança na corrente elétrica capaz de variar muito a temperatura (e a resistividade elétrica) dos elementos resistivos dentro da fonte. Outras propriedades de uma fonte de f.e.m., tais como a d.d.p. entre seus terminais e o seu rendimento elétrico, dependem da fonte e dos elementos do circuito elétrico ao qual a fonte está conectada. Neste tópico, iremos conceituar essas e outras propriedades elétricas de uma fonte de f.e.m. e, por meio de expressões matemáticas, mostraremos como relacioná-las entre si.

Força eletromotriz

Considere o circuito mostrado na figura 2, em que a fonte de f.e.m., uma bateria química, sustenta a corrente elétrica que mantém a lâmpada acesa. Observe que a corrente convencional apresenta sentido anti-horário. Isso equivale a dizer que uma carga $+\Delta q$ atravessa a lâmpada da direita para a esquerda em um intervalo de tempo Δt. Como não há acúmulos de cargas em nenhuma parte do circuito, outra carga $+\Delta q$ atravessa a bateria, no mesmo intervalo de tempo, da esquerda para a direita. Em outras palavras, a carga $+\Delta q$ penetra no terminal negativo da bateria e, após um intervalo de tempo Δt, ela sai pelo terminal positivo. Para que isso ocorra, a fonte deve realizar um trabalho sobre a carga $+\Delta q$, forçando-a a se mover em direção ao terminal positivo, em que o potencial é mais elevado. Esse trabalho provém da energia química armazenada na bateria, parte da qual é transferida à carga $+\Delta q$ na forma de energia potencial elétrica. Na lâmpada, essa energia é transformada em calor e luz. Os dois boxes ao lado do circuito indicam essas conversões de energia. Nessa análise, as resistências dos fios de ligação e da bateria foram desprezadas.

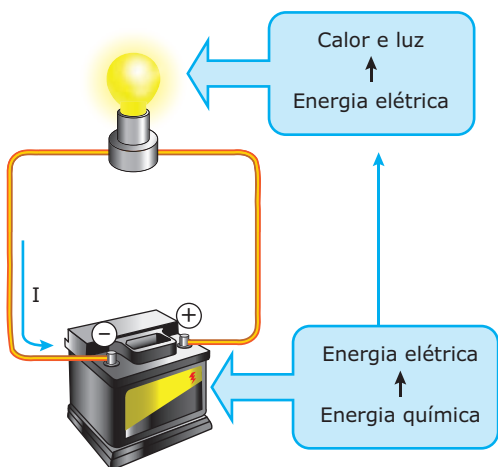



Figura 2: Circuito com uma fonte de f.e.m. (bateria) e uma lâmpada mostrando as conversões de energia no circuito.

Matematicamente, a força eletromotriz média ε de uma fonte é definida por:

$$\varepsilon = \frac{W}{\Delta q}$$

Nessa expressão, W é o trabalho que a fonte realiza para levar a carga $+\Delta q$ do terminal negativo ao terminal positivo da fonte. A unidade de força eletromotriz é:

$$\frac{\text{joule}}{\text{coulomb}} = \text{volt}$$

Assim, por exemplo, uma fonte de f.e.m. de 12 V (12 J/C) transfere uma energia de 12 J para cada 1 C de carga transportada do terminal negativo para o terminal positivo. Cuidado! Não é correto afirmar que essa fonte é capaz de manter uma diferença de potencial elétrico de 12 V entre os seus terminais. Isso é verdadeiro apenas sob certas condições, que serão discutidas a seguir.

Resistência interna

Qualquer fonte de f.e.m., seja ela uma pilha alcalina, uma bateria automotiva ou um gerador de CA (corrente alternada), apresenta uma resistência elétrica. Uma fonte de f.e.m. sem resistência interna, dispositivo que, na prática, não existe, é chamada de fonte ideal. Em um gerador de CA, a resistência interna deve-se à resistência do enrolamento. Nas baterias químicas, a resistência interna é causada pelas colisões dos íons contra as moléculas da solução presente no interior do dispositivo. A resistência interna de uma bateria aumenta ao longo da vida útil desta porque os resíduos das reações químicas geram incrustações internas. Depois de algum tempo, a resistência interna atinge valores tão altos que comprometem o funcionamento da bateria.

Tensões e corrente elétrica

A figura 3 mostra o esquema de um circuito simples constituído por uma fonte de f.e.m. ε, resistência interna r e por um resistor de resistência R. Observe que a resistência interna e a fonte de f.e.m. estão representadas separadamente, embora ambas ocupem o mesmo espaço físico. Para reforçar essa ideia, a resistência interna e a fonte estão envolvidas por um retângulo pontilhado. Na figura seguinte, a força eletromotriz ε é representada por uma seta com um pequeno círculo na extremidade. Assim como a corrente elétrica, a f.e.m. é uma grandeza escalar. O sentido da f.e.m. indica o sentido do movimento das cargas positivas sob a ação da fonte.

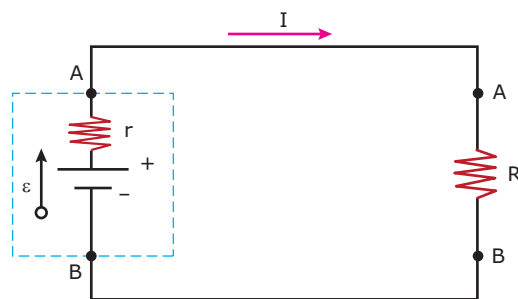
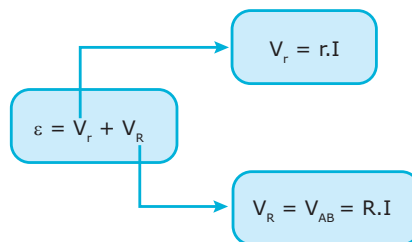



Figura 3: Circuito elétrico simples.

A corrente elétrica I que atravessa a resistência R é a mesma que atravessa a fonte e a resistência interna r. Portanto, as resistências R e r estão ligadas em série. Por isso, esse circuito pode ser interpretado como se uma tensão igual à f.e.m. ε fosse dividida entre as resistências r e R, de acordo com as expressões mostradas no fluxograma a seguir. Nessas equações, V_r é a queda de tensão na resistência interna da fonte e V_R (V_{AB}) é a queda de tensão no resistor externo.

Combinando as expressões anteriores, podemos deduzir as duas equações seguintes. A primeira fornece a corrente elétrica gerada pela fonte de f.e.m., a segunda fornece a diferença de potencial entre os terminais da fonte. Essas expressões são importantes porque permitem o cálculo de I e de V_{AB} em função dos valores característicos da fonte (ε e r) e do resistor externo (R).

$$I = \frac{\varepsilon}{R + r} \quad \text{e} \quad V_{AB} = \varepsilon - r.I$$

Uma situação que merece destaque acontece quando uma fonte de f.e.m. é curto-circuitada, ou seja, quado os terminais da fonte são ligados por um fio condutor. Nesse caso, a resistência interna da fonte é a única oposição à corrente. Como R = 0, a corrente de curto-circuito é dada por:

$$I_{cc} = \frac{\varepsilon}{r}$$

Agora, veremos duas situações em que a diferença de potencial entre os terminais da fonte coincide com a f.e.m. A primeira ocorre com as fontes ideais, isto é, fontes em que a resistência interna r é nula. Note que, substituindo r = 0 na equação da tensão da fonte, obtemos $V_{AB} = \varepsilon$. Portanto, a tensão entre os terminais de uma fonte ideal é igual à própria f.e.m.

A outra situação, em que $V_{AB} = \varepsilon$, ocorre quando a fonte não alimenta o circuito externo. Nesse caso, a corrente é nula, e a diferença de potencial nos terminais do resistor R também é nula. A figura 4 ilustra essa situação. Como a chave está aberta, nenhuma corrente atravessa a fonte de f.e.m. (supondo o voltímetro ideal). Substituindo I = 0 na equação da tensão da fonte, novamente encontramos $V_{AB} = \varepsilon$.

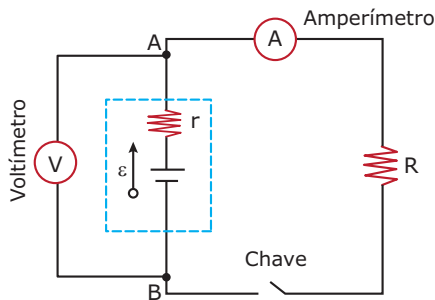



Figura 4: Montagem para determinar a f.e.m. e a resistência interna de uma fonte.

Essa montagem pode ser usada para determinar os valores de ε, r e R. Com a chave aberta, imagine que as leituras do voltímetro e do amperímetro (ambos ideais) sejam iguais a 12 V e 0 A, respectivamente. Com a chave fechada, imagine que esses valores mudem para 10 V e 2,0 A, também respectivamente. Faça os cálculos e encontre os seguintes valores para os elementos desse circuito: ε = 12 V, r = 1,0 Ω e R = 5,0 Ω.

PARA REFLETIR

Um estudante conectou um voltímetro em uma pilha, medindo 1,5 V. Depois, ele ligou uma lâmpada de 1,5 V e 5,0 W na pilha, mas ela quase não acendeu. Por que a lâmpada funcionou mal?

Energias e potências

Agora, vamos retomar a figura 2 para discutirmos mais detalhadamente as conversões de energia em um circuito simples. Sabemos que, durante um intervalo de tempo Δt, uma quantidade de carga Δq atravessa a fonte de f.e.m. ε. Durante esse tempo, a carga recebe um trabalho da fonte igual a:

$$W = \varepsilon.\Delta q$$

Dividindo os membros dessa expressão pelo intervalo de tempo Δt, obtemos:

$$\frac{W}{\Delta t} = \varepsilon \frac{\Delta q}{\Delta t}$$

O primeiro membro dessa expressão é a potência fornecida pela fonte (unidade SI: J/s = watt). No segundo membro, a fração que multiplica a f.e.m. ε é a corrente elétrica I (unidade SI: C/s = ampère). Assim, a potência fornecida por uma fonte de f.e.m. é dada por:

$$P_{fonte} = \varepsilon.I$$

Uma taxa de transferência de calor igual a $R.I^2$ ocorre da resistência R para o ar em sua volta, devido ao efeito Joule. De forma semelhante, uma taxa de calor igual a $r.I^2$ ocorre da resistência interna para a carcaça da fonte (esse último termo explica por que uma bateria se aquece um pouco durante o seu funcionamento). A soma dessas taxas é a potência calorífica dissipada no circuito. Como a potência fornecida pela fonte deve ser igual à potência dissipada nas resistências, podemos escrever:

$$\varepsilon.I = R.I^2 + r.I^2$$

Explicitando a corrente I, obtemos:

$$I = \frac{\varepsilon}{R + r}$$

Essa expressão é idêntica à expressão que obtivemos, anteriormente, para a corrente elétrica gerada pela fonte. No entanto, agora, a sua dedução foi realizada com base no Princípio da Conservação da Energia.

Rendimento elétrico

O rendimento elétrico de uma fonte de f.e.m. é a razão entre a potência útil recebida pelos elementos externos à fonte e a potência fornecida por essa. Matematicamente, temos:

$$\eta = \frac{P_{útil}}{P_{fonte}}$$

Essas potências serão iguais, e o rendimento será 100%, se a fonte for ideal (sem resistência interna). Para fontes reais, $P_{útil} < P_{fonte}$, pois parte da energia fornecida pela fonte é dissipada pela resistência interna desta. Vamos desenvolver

um pouco mais a equação anterior, substituindo o denominador da fração por ε.I e o numerador por ε.I − r.I^2. Como resultado, obtemos:

$$\eta = \frac{\varepsilon - rI}{\varepsilon}$$

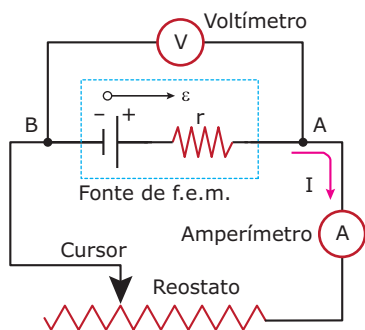
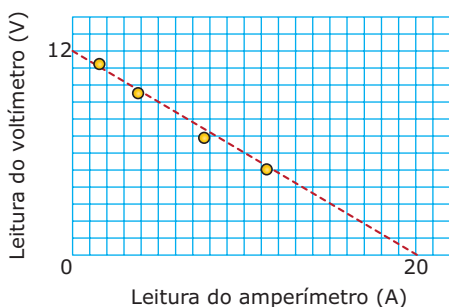
Agora, o denominador é a f.e.m. ε, enquanto o numerador é a diferença de potencial entre os terminais da fonte. Para um circuito simples, como o da figura 3, a corrente é baixa para valores grandes de R. Assim, o termo r.I é pequeno e o rendimento da fonte é grande. O rendimento, portanto, aumenta com a resistência externa. Para R muito maior que r, η tende a 1 (100%).

PARA REFLETIR

Um fabricante de baterias afirma que o seu produto apresenta um rendimento de 90%. Por que essa afirmativa não procede?

A primeira parte deste módulo termina aqui. A seguir, apresentamos um exercício resolvido sobre as propriedades de uma fonte de força eletromotriz. Na segunda parte do módulo, abordaremos circuitos com mais de uma fonte de f.e.m.

EXERCÍCIO RESOLVIDO

01. Um estudante montou o circuito esquematizado a seguir, no qual o amperímetro e o voltímetro são ideais.

Ajustando o cursor do reostato em quatro posições, o estudante obteve o gráfico da leitura do voltímetro em função da leitura do amperímetro mostrado a seguir.

A) Explicar por que esse gráfico é uma reta descendente. Explicar os significados físicos da inclinação da reta e dos pontos em que ela corta o eixo vertical e o eixo horizontal.

B) Calcular o valor da resistência do reostato que produz a máxima potência nesse elemento. Calcular essa potência e o rendimento da fonte nesse caso.

Resolução:

A) A leitura do voltímetro é a d.d.p. V_{AB} entre os terminais da fonte, enquanto a leitura do amperímetro é a corrente I que atravessa o reostato e a fonte. A relação entre essas leituras, portanto, é dada por:

$$V_{AB} = \varepsilon - r.I$$

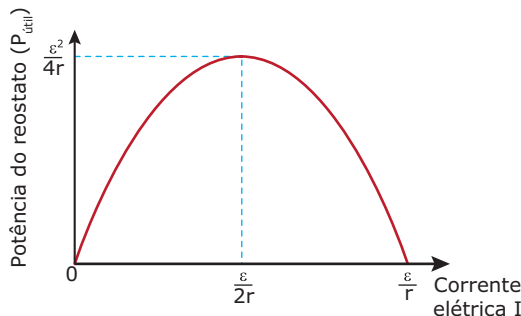
Como a f.e.m. ε e a resistência interna r são constantes, concluímos que V_{AB} varia linearmente com I. A expressão anterior é a equação de uma reta no gráfico V_{AB} *versus* I. A sua inclinação é negativa e vale −r, por isso, a reta é descendente. A resistência interna vale:

$$r = \text{módulo da inclinação} = \frac{12}{20} = 0{,}60\ \Omega$$

A ordenada do ponto em que a reta toca o eixo vertical é a f.e.m., ε = 12 V, da fonte. A abscissa do ponto em que a reta toca o eixo horizontal é a corrente de curto-circuito do reostato I_{cc} = 20 A. Essa corrente ocorre quando o cursor se acha completamente à direita e, consequentemente, a resistência do circuito é r.

B) A potência no reostato é a potência fornecida pela fonte menos a potência dissipada na resistência interna desta:

$$P_{útil} = \varepsilon.I - r.I^2$$

Essa equação representa, no diagrama $P_{útil}$ *versus* I, uma parábola, cujas raízes são I = 0 e I = ε/r. A raiz nula é a corrente com a resistência do reostato tendendo para o infinito, e a outra raiz é a corrente de curto-circuito. A figura a seguir mostra a potência útil $P_{útil}$ em função da corrente elétrica I, com destaque para essas raízes. Por simetria, vemos que a potência máxima ocorre para a corrente elétrica ε/2r = 10 A (faça você mesmo essa conta). Substituindo essa expressão na equação da potência útil, obtemos a potência máxima do reostato, que é ε^2/4r = 60 W (faça a conta). O denominador da abscissa do vértice da parábola (2r) é a resistência equivalente do circuito. Como as resistências r e R estão associadas em série, concluímos que R = r = 0,60 Ω. O rendimento da fonte, nessa situação, é igual a 50%, valor dado pelo quociente entre a $P_{útil}$ = 60 W e P_{fonte} = ε.I = 120 W.

GERADORES E RECEPTORES

Até aqui, usamos o termo fonte de força eletromotriz nos circuitos elétricos estudados. Nos circuitos deste tópico, será conveniente diferenciarmos as fontes de f.e.m. pelos nomes de gerador e de receptor. O primeiro é uma fonte de f.e.m. que efetivamente transforma alguma forma de energia em energia elétrica, enquanto o outro faz o inverso, isto é, um receptor é alimentado por energia elétrica, transformando-a em outra modalidade de energia que não seja exclusivamente térmica. Muitas vezes, um receptor é também chamado de fonte de força contraeletromotriz. Uma bateria química sendo recarregada e um motor elétrico são os dois principais exemplos de fontes de força contraeletromotriz (ou receptores). Quando uma bateria está sendo recarregada, ela transforma a energia elétrica que recebe de um gerador em energia potencial química. Um motor elétrico, em funcionamento, converte continuamente energia elétrica em energia mecânica, que aparece na forma de energia cinética de rotação do eixo do motor.

Vamos analisar o circuito mostrado na figura 5, que mostra uma fonte de tensão (gerador) carregando uma bateria de f.e.m. ε', que, nesse caso, também pode ser denominada de força contraeletromotriz (f.c.e.m.). Para isso, o gerador deve ser ajustado de modo a operar com uma f.e.m. $\varepsilon > \varepsilon'$. Uma lâmpada de resistência R, ligada em série com o gerador, atua como um limitador de corrente. O circuito esquemático, correspondente à montagem, está representado imediatamente após a figura. Observe que r e r′ são as resistências internas do gerador e da bateria, respectivamente.

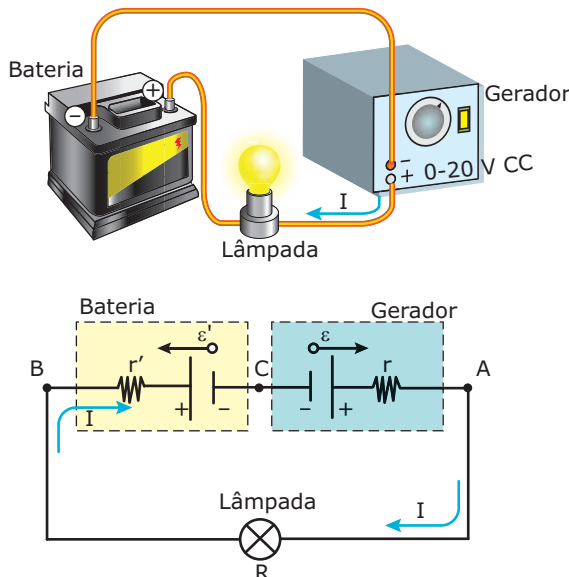



Figura 5: Gerador de CC carregando uma bateria química (receptor).

De acordo com as polaridades mostradas nessa figura, o gerador tende a produzir uma corrente no sentido horário, enquanto a bateria tende a fazê-lo no sentido oposto. O sentido da corrente no circuito é imposto pelo gerador, pois $\varepsilon > \varepsilon'$. Assim, a bateria é percorrida por uma corrente elétrica no sentido oposto ao de sua f.e.m., operando não como fornecedora de energia elétrica, mas como consumidora. A bateria recebe energia elétrica do gerador e a transforma em energia química. Para calcular a corrente em um circuito como o mostrado na figura 5, vamos usar a seguinte equação:

$$I = \frac{\varepsilon - \varepsilon'}{R + r + r'}$$

Observe que subtraímos da f.e.m. do gerador o valor da f.c.e.m. do receptor. Essa equação pode ser generalizada da seguinte forma: em um circuito elétrico de uma só malha, a corrente que passa através do circuito é igual ao quociente entre o somatório das forças eletromotrizes e a resistência equivalente do circuito. No somatório, consideramos que as forças eletromotrizes dos geradores são positivas e que as forças contraeletromotrizes dos receptores são negativas. No cálculo da resistência equivalente do circuito, as resistências internas dos geradores e dos receptores devem ser consideradas. Tendo em vista as observações anteriores, a equação geral é a seguinte:

$$I = \frac{\Sigma\varepsilon}{R_{eq}} \; ; \quad \varepsilon \begin{cases} + \text{para geradores} \\ - \text{para receptores} \end{cases}$$

Uma particularidade de uma fonte de f.c.e.m. refere-se ao cálculo da d.d.p. entre os seus terminais. Na figura 5, como a corrente elétrica percorre a fonte de f.c.e.m. (a bateria) no sentido inverso ao de sua polaridade, a d.d.p., $V_B - V_C$, deve ser, na verdade, maior do que ε'. A equação para calcular esse valor é a seguinte:

$$V_B - V_C = V_{BC} = \varepsilon' + r'I$$

Portanto, diferentemente dos geradores de f.e.m., a d.d.p. entre os terminais de um receptor é igual à soma de sua força eletromotriz com a queda de tensão produzida na resistência interna dele. Enquanto a d.d.p. entre os terminais de um gerador percorrido por uma corrente elétrica é menor que sua f.e.m., em um receptor, essa d.d.p. é maior. Isso significa que a potência elétrica fornecida ao receptor (produto da d.d.p. entre os terminais deste e a corrente) é maior que a potência utilizada pelo receptor para armazenamento de energia. Esta é o produto entre a força eletromotriz ε' do receptor e a corrente que o atravessa. Isso equivale a dizer que um receptor não pode transformar toda a energia elétrica recebida em energia útil, pois uma parte da energia recebida é dissipada na forma de calor na resistência interna do receptor. Assim, o rendimento do receptor é calculado por:

$$\eta_{receptor} = \frac{P_{útil}}{P_{recebida}} = \frac{\varepsilon' I}{(\varepsilon' + r'I)I} = \frac{\varepsilon'}{\varepsilon' + r'I}$$

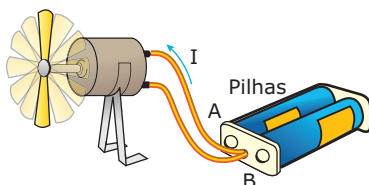
FÍSICA

Compare essa expressão com a equação do rendimento para o gerador, apresentada no tópico anterior. Não decore essas expressões, procure entendê-las, destacando suas semelhanças e diferenças.

Por último, considere que, na figura 5, tenhamos $\varepsilon = 22$ V, $\varepsilon' = 12$ V, R = 8,0 Ω e r = r′ = 1,0 Ω. Deixamos para você calcular e verificar que a corrente no circuito é I = 1,0 A e que, para o gerador, temos $V_{AC} = 21$ V e $\eta = 95\%$, e para a bateria, $V_{BC} = 13$ V e $\eta' = 92\%$.

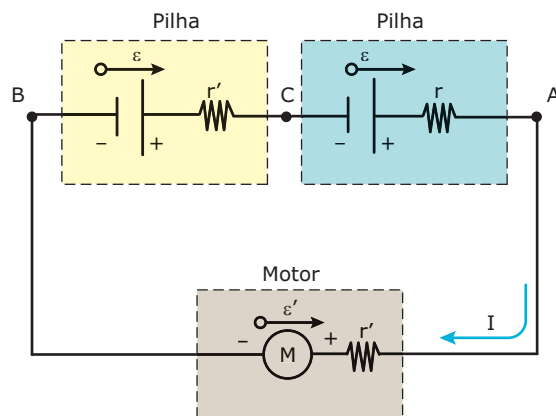
Outro exemplo de fonte de força contraeletromotriz é o motor elétrico. Encontrado em diversos aparelhos, como um liquidificador ou uma furadeira, os motores elétricos transformam parte da energia elétrica recebida em energia mecânica. Uma parcela não desprezível é convertida em calor por efeito Joule na resistência interna do motor. O exercício resolvido 02, apresentado a seguir, ilustra a operação de um pequeno motor elétrico como fonte de f.c.e.m.

EXERCÍCIO RESOLVIDO

02. A figura a seguir mostra um motorzinho elétrico de corrente contínua alimentado por duas pilhas alcalinas ligadas em série, cada uma com uma força eletromotriz e uma resistência interna iguais a $\varepsilon = 1,5$ V e r = 0,15 Ω, respectivamente. A força contraeletromotriz e a resistência interna do motor valem $\varepsilon' = 2,0$ V e r′ = 0,20 Ω, também respectivamente.

A) Fazer o esquema do circuito elétrico dessa montagem e explicar os tipos de transformações de energia envolvidas.

B) Calcular a d.d.p. entre os terminais da associação de pilhas e a d.d.p. entre os terminais do motor. Determinar, também, os rendimentos da associação de pilhas e do motor.

Resolução:

A) O esquema do circuito está representado na figura seguinte. Como as pilhas estão ligadas em série, o polo positivo de uma pilha deve ser ligado ao polo negativo da outra. Por isso, as forças eletromotrizes das pilhas têm os mesmos sentidos e devem ser somadas para obtermos a força eletromotriz resultante. O motor, por ser um receptor de energia, apresenta força contraeletromotriz no sentido oposto ao das forças eletromotrizes das pilhas. Nesse circuito, a energia química armazenada nas pilhas é transformada em energia mecânica no motor e em calor nas resistências internas das pilhas e do motor.

B) Primeiramente, podemos calcular a corrente elétrica nesse circuito por meio da seguinte relação:

$$I = \frac{2\varepsilon - \varepsilon'}{2r + r'} = \frac{2 \,.\, 1,5 - 2,0}{2 \,.\, 0,15 + 0,20} \Rightarrow I = 2,0\text{ A}$$

Utilizando o valor dessa corrente, podemos calcular a tensão entre os terminais do motor, que é dada por:

$$V_{AB} = \varepsilon' + r'I = 2,0 + 0,20.2,0 \Rightarrow V_{AB} = 2,4\text{ V}$$

Note que esse valor também é a d.d.p. entre os terminais da associação de pilhas, que poderia ser calculada por:

$$V_{AB} = 2\varepsilon - 2rI = 3,0 - 0,30.2,0 \Rightarrow V_{AB} = 2,4\text{ V}$$

Com esses valores, podemos calcular a potência recebida pelo motor:

$$P_{recebida} = V_{AB}.I = 2,4.2,0 = 4,8\text{ W}$$

A potência útil é:

$$P_{útil} = \varepsilon'.I = 2,0.2,0 = 4,0\text{ W}$$

Portanto, o rendimento desse motor, operando sob essas condições, vale 83%, uma vez que 4,0 W é 83% de 4,8 W. Para calcular o rendimento da associação de pilhas, devemos calcular a potência gerada na associação, que vale:

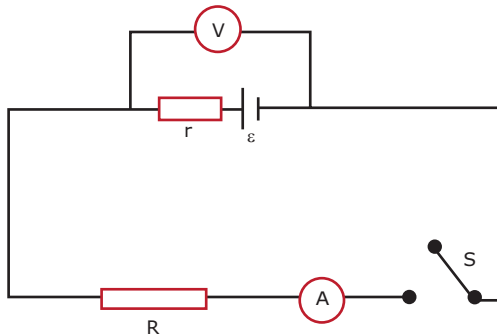
$$P_{gerada} = 2\varepsilon.I = 3,0.2,0 = 6,0\text{ W}$$

Portanto, o rendimento da associação de pilhas vale 80%, pois a potência fornecida (4,8 W) é 80% da potência gerada (6,0 W).

Comentário:

Um cálculo que merece destaque é o balanço de energia nesse circuito. A potência fornecida pelas duas pilhas é de 6,0 W. Desse montante, o motor utiliza 4,0 W para girar (potência útil). Os 2,0 W restantes são dissipados na forma de calor pelas resistências internas. Calcule esse valor, usando a expressão $(2r + r')I^2$.

EXERCÍCIOS DE FIXAÇÃO

01. (UFPI) O circuito representado na figura é utilizado para determinar a resistência interna (r) da bateria de força eletromotriz ε = 1,50 volts.

Quando a chave S é fechada, o voltímetro V mede 1,35 volts, e o amperímetro A mede 1,50 ampères. O voltímetro tem uma resistência alta, de modo que podemos desprezar a corrente através dele. Já o amperímetro tem resistência desprezível e é desconhecido o valor da resistência R. O valor da resistência interna (r), medido em ohms, é

A) 0,010.

B) 0,100.

C) 1,00.

D) 10,0.

E) 100.

02. (FMIt-MG) O gráfico mostra como varia a corrente que passa por um gerador, em função da diferença de potencial que existe entre seus terminais. Sua força eletromotriz e sua resistência interna valem, respectivamente,

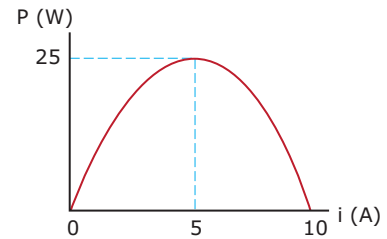
A) 6 V e 30 Ω.

B) 30 V e 5 Ω.

C) 30 V e 6 Ω.

D) 30 V e 25 Ω.

E) N.d.a.

03. (UNIRIO-RJ) O diagrama dado representa a curva de potência útil de um gerador cuja força eletromotriz vale ε, e a resistência elétrica vale r.

Os valores de ε e r são, respectivamente,

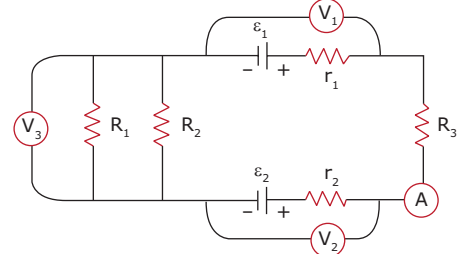
A) 1,0 V e 10 Ω.

B) 5,0 V e 1,0 Ω.

C) 10 V e 1,0 Ω.

D) 25 V e 5,0 Ω.

E) 25 V e 10 Ω.

04. (UFSC) No circuito a seguir representado, temos duas baterias de forças eletromotrizes ε_1 = 9,0 V e ε_2 = 3,0 V, cujas resistências internas valem r_1 = r_2 = 1,0 Ω. São conhecidos, também, os valores das resistências R_1 = R_2 = 4,0 Ω e R_3 = 2,0 Ω. V_1, V_2 e V_3 são voltímetros e A é um amperímetro, todos ideais.

Pode-se dizer que as leituras, nos aparelhos V_1, V_2, V_3 e A, são, respectivamente,

A) 9,0 V; 3,0 V; 6,0 V; 1,0 A.

B) 8,0 V; 4,0 V; 2,0 V; 1,0 A.

C) 8,0 V; 6,0 V; 2,0 V; 2,0 A.

D) 6,0 V; 4,0 V; 6,0 V; 2,0 A.

E) 6,0 V; 6,0 V; 6,0 V; 3,0 A.

05. (UFMG–2007) Nara liga um voltímetro, primeiro, a uma pilha nova e, em seguida, a uma pilha usada. Ambas as pilhas são de 9 V, e o voltímetro indica, igualmente, 9,0 V para as duas. Considerando essas informações,

A) **EXPLIQUE** por que o voltímetro indica 9,0 V tanto para a pilha nova quanto para a pilha usada.

B) Continuando sua experiência, Nara liga cada uma dessas pilhas a uma lâmpada de baixa resistência elétrica, especificada para 9 V. Então, ela observa que a lâmpada, quando ligada à pilha nova, acende normalmente, mas, quando ligada à pilha usada, acende com um brilho muito menor. **EXPLIQUE** por que a lâmpada acende normalmente ao ser ligada à pilha nova e com brilho menor ao ser ligada à pilha usada.

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

01. (UFTM-MG–2008) Analise a seguinte afirmação:

"Uma pilha deixada por muito tempo em uma lanterna, mesmo que desligada, pode vir a se descarregar."

Pode-se concluir que a afirmação é

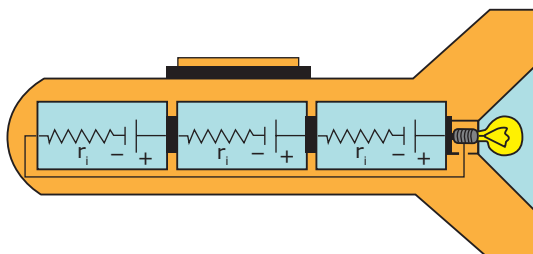
A) falsa, pois o ar é um isolante elétrico e não permite que a pilha se descarregue.

B) verdadeira, pois entre os terminais da chave que comanda o acendimento da lâmpada atua um campo elétrico que permite a condução das cargas elétricas pelo ar.

C) falsa, pois o interruptor da lanterna, estando desligado, faz com que a diferença de potencial da pilha seja nula.

D) verdadeira, visto que, nessa condição, a força eletromotriz da pilha é nula, não permitindo que ocorra a realização de trabalho.

E) falsa, pois toda pilha real conta com uma resistência elétrica interna, que impede a dissipação de energia elétrica.

02. (UEPG-PR) Sobre o circuito esquematizado a seguir, de uma lanterna comum, de uso geral, considerando que ela tem três pilhas de força eletromotriz igual, com 1,5 volt cada uma, some os itens **CORRETOS**.

01. A resistência interna dessa associação de três geradores (pilhas) é igual à do gerador de maior resistência interna.

02. A força eletromotriz dessa associação de três geradores (pilhas) é igual à soma das forças eletromotrizes dos geradores (pilhas) individuais.

04. As pilhas dessa lanterna são geradores cuja energia é retirada de reação química dos elementos que as compõem.

08. O esgotamento das pilhas de uma lanterna como essa significa que a resistência delas aumentou a ponto de reduzir, a valores desprezíveis, a corrente que passa pelos circuitos externos a elas.

16. A explicação para o fato de que, quando mantida ligada, depois de determinado tempo, a lanterna deixa de iluminar está em que a força eletromotriz de seus geradores (pilhas) diminui até o esgotamento de toda a energia.

Soma (   )

03. (UFRGS) Um gerador possui uma força eletromotriz de 10 V. Quando os terminais do gerador estão conectados por um condutor com resistência desprezível, a intensidade da corrente elétrica no resistor é 2 A. Com base nessas informações, analise as seguintes afirmativas:

I. Quando uma lâmpada for ligada aos terminais do gerador, a intensidade da corrente elétrica será 2 A.

II. A resistência interna do gerador é 5 Ω.

III. Se os terminais do gerador forem ligados por uma resistência elétrica de 2 Ω, a diferença de potencial elétrico entre eles será menor do que 10 V.

Quais das afirmativas estão **CORRETAS**?

A) Apenas I

B) Apenas II

C) Apenas I e II

D) Apenas II e III

E) I, II e III

04. (Fatec-SP) Uma pilha elétrica tem força eletromotriz ε = 6,0 V e resistência interna r = 0,20 Ω. Assim,

A) a corrente de curto-circuito é i_{cc} = 1,2 A.

B) em circuito aberto, a tensão entre os terminais é U = 2,0 V.

C) se a corrente for i = 10 A, a tensão entre os terminais será U = 2,0 V.

D) se a tensão entre os terminais for U = 5,0 V, a corrente será i = 25 A.

E) Nenhuma das afirmações anteriores é adequada.

05. (UNIFESP) Dispondo de um voltímetro em condições ideais, um estudante mede a diferença de potencial nos terminais de uma pilha em aberto, ou seja, fora de um circuito elétrico, e obtém 1,5 volt. Em seguida, insere essa pilha num circuito elétrico e refaz essa medida, obtendo 1,2 volt. Essa diferença na medida da diferença de potencial nos terminais da pilha deve-se à energia dissipada no

A) interior da pilha, equivalente a 20% da energia total que essa pilha poderia fornecer.

B) circuito externo, equivalente a 20% da energia total que essa pilha poderia fornecer.

C) interior da pilha, equivalente a 30% da energia total que essa pilha poderia fornecer.

D) circuito externo, equivalente a 30% da energia total que essa pilha poderia fornecer.

E) interior da pilha e no circuito externo, equivalente a 12% da energia total que essa pilha poderia fornecer.

06. (PUC Minas) Quando duas baterias iguais são ligadas em paralelo, é **CORRETO** afirmar:

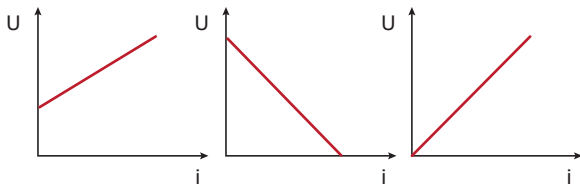
A) A resistência interna equivalente fica reduzida à metade.

B) A resistência interna equivalente fica dobrada.

C) A força eletromotriz fornecida ao circuito dobra de valor.

D) A força eletromotriz fornecida ao circuito fica reduzida à metade.

E) A força eletromotriz fornecida ao circuito e a resistência interna equivalente não ficam modificadas.

07. (UFAL) Considere os gráficos a seguir (U é a tensão e i é a corrente).

Eles representam as curvas características de três elementos de um circuito elétrico, respectivamente,

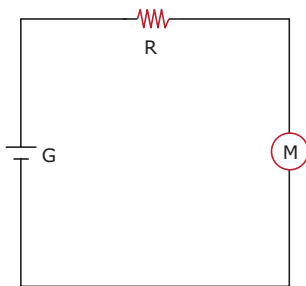
A) gerador, receptor e resistor.

B) gerador, resistor e receptor.

C) receptor, gerador e resistor.

D) receptor, resistor e gerador.

E) resistor, receptor e gerador.

08. (UCS-RS) No circuito seguinte, a resistência R mede 5 ohms, a intensidade da corrente é 2 A, o gerador G e o motor M têm resistência interna desprezível.

Pode-se afirmar que

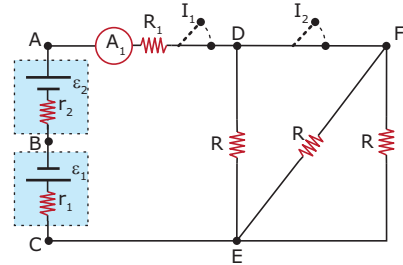
A) a força eletromotriz do gerador é de 10 V.

B) se a potência do gerador é 30 W, sua força eletromotriz é 15 V.

C) a queda de tensão no resistor é de 2,5 V.

D) a queda de tensão no motor M é de 15 V.

E) a potência dissipada no circuito mede 10 W.

09. (UFSC–2006) No circuito mostrado na figura seguinte, A_1 é um amperímetro, e I_1 e I_2 são interruptores do circuito. Suponha que os interruptores estejam fechados e que $\varepsilon_1 = 2$ V, $\varepsilon_2 = 5$ V, $R_1 = 3\ \Omega$, $R = 9\ \Omega$, $r_1 = 2\ \Omega$ e $r_2 = 1\ \Omega$.

Assinale a(s) proposição(ões) **CORRETA(S)**.

01. A diferença de potencial entre A e B é maior que o valor da força eletromotriz ε_2.

02. A diferença de potencial entre C e B é maior que o valor da força eletromotriz ε_1.

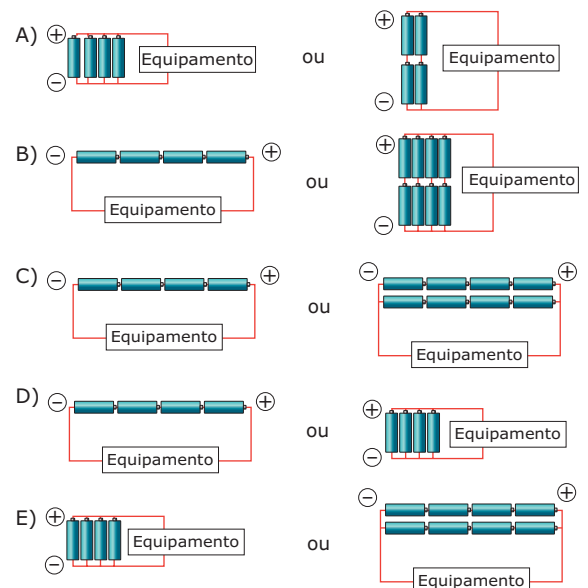
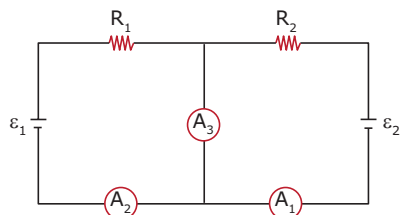
04. A diferença de potencial entre D e E é igual à diferença de potencial entre F e E.

08. O amperímetro A_1 registra a mesma corrente, esteja com o interruptor I_2 aberto ou fechado.

16. Abrindo-se o interruptor I_1, a diferença de potencial entre A e B é igual ao valor da força eletromotriz ε_2.

Soma (   )

10. (Mackenzie-SP) Para um certo equipamento eletrônico funcionar normalmente, utiliza-se uma fonte de alimentação de 6,0 V, a qual pode ser obtida pela associação adequada de algumas pilhas de 1,5 V cada. Considerando que essas pilhas são geradores elétricos ideais, duas associações **POSSÍVEIS** são:

FÍSICA

11. (FURG-RS) Os valores dos componentes do circuito da figura a seguir são ε_1 = 6 V; ε_2 = 12 V; R_1 = 1 kΩ e R_2 = 2 kΩ.

Os valores medidos pelos amperímetros A_1, A_2 e A_3 são, respectivamente, em mA,

A) 1, 2 e 3.

B) 6, 12 e 18.

C) 6, 6 e 12.

D) 12, 12 e 6.

E) 12, 12 e 24.

12. (Unioeste-PR–2007) Um circuito elétrico transporta corrente contínua e é formado por uma bateria de 9,0 V, um resistor R de 2,5 Ω e uma chave S, todos em série. A resistência interna da pilha vale 0,50 Ω e os fios condutores são ideais, não tendo nenhuma resistência elétrica. Assinale a alternativa **INCORRETA**.

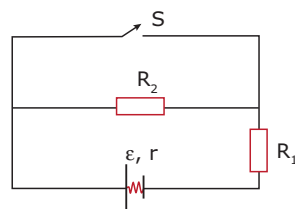
A) Com a chave S aberta, ligando-se, sucessivamente, um voltímetro ideal aos terminais da pilha, do resistor e às extremidades da chave S, serão obtidas as seguintes leituras: 9,0 V; 9,0 V e 0,0 V.

B) A chave S é fechada, e o resistor R é empregado para o aquecimento de 200 g de um líquido cujo calor específico não varia com a temperatura e tem o valor constante de 2 000 J/(kg°C). O aquecimento deve elevar a temperatura do líquido de 20 °C a 87,5 °C. Supondo-se que todo o calor gerado por efeito Joule no resistor R seja aproveitado no aquecimento, o tempo gasto no aquecimento será de 20 minutos.

C) Com a chave S fechada, ligando-se, sucessivamente, um voltímetro ideal aos terminais da pilha e do resistor e às extremidades da chave S, serão obtidas as seguintes leituras: 7,5 V; 7,5 V e 0,0 V.

D) Caso o valor da resistência do resistor R fosse desconhecido, sua determinação poderia ser realizada através da ligação de um voltímetro e de um amperímetro.

E) Com a chave S fechada, ligando-se um amperímetro ideal em série com o circuito, será obtida a leitura de 3,0 A.

13. (EFOA-MG–2006) O circuito ilustrado a seguir, contendo os resistores R_1 = 10 Ω e R_2 = 20 Ω e uma chave S, é alimentado por uma fonte de força eletromotriz ε = 40 V e resistência interna r = 10 Ω.

A razão entre a potência dissipada no resistor R_1 quando a chave S está ligada e a potência dissipada no mesmo resistor quando a chave está desligada é, aproximadamente,

A) 1,0.

B) 0,5.

C) 9,0.

D) 0,1.

E) 4,0.

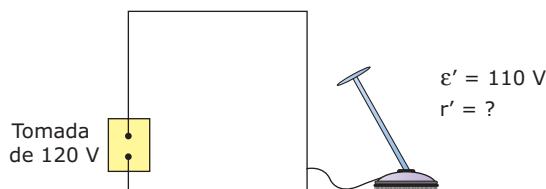
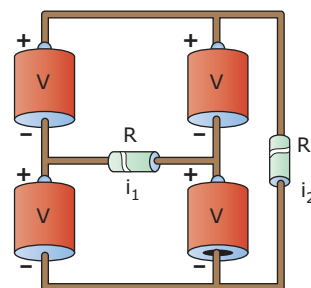
14. (PUC-SP) A figura esquematiza o circuito elétrico de uma enceradeira em funcionamento. A potência elétrica dissipada por ela é de 220 W, e sua f.c.e.m. é de 110 V. Assim, sua resistência interna é de

A) 2,0 Ω.

B) 55 Ω.

C) 5,0 Ω.

D) 115 Ω.

E) −5,0 Ω.

15. (FUVEST-SP) O circuito da figura é formado por 4 pilhas ideais de tensão V e dois resistores idênticos de resistência R.

Podemos afirmar que as correntes i_1 e i_2, indicadas na figura, valem

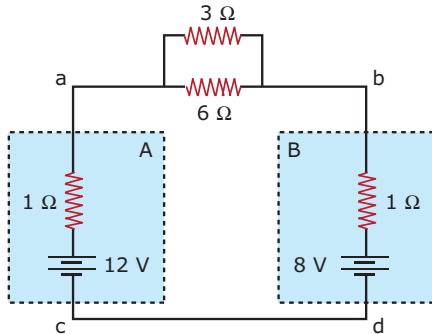
A) i_1 = 2V/R e i_2 = 4V/R.

B) i_1 = zero e i_2 = 2V/R.

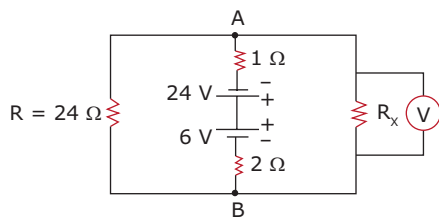
C) i_1 = 2V/R e i_2 = 2V/R.

D) i_1 = zero e i_2 = 4V/R.

E) i_1 = 2V/R e i_2 = zero.

16. (UEM-PR) Considere o circuito elétrico ilustrado na figura, em que A e B representam duas baterias. Os resistores de 1 Ω mostrados dentro das baterias são resistências internas. Assinale a(s) alternativa(s) **CORRETA(S)**.

01. A corrente que circula nesse circuito tem sentido anti-horário.
02. A corrente que circula pelo circuito é 1 A.
04. A diferença de potencial através da bateria A é 11 V.
08. A energia térmica por unidade de tempo produzida no resistor de 3 Ω é 0,66 W.
16. A potência armazenada na bateria B é 7 W.
32. A energia química tirada da bateria A em 10 min é 7 200 J.
64. A diferença de potencial entre os pontos (c) e (d) é zero.

Soma ( )

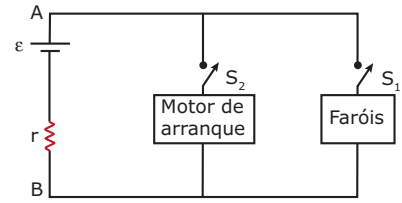
17. (UFLA-MG–2009) No circuito elétrico a seguir, duas baterias estão ligadas em série entre os pontos A e B, mas com polaridade invertida; ambas alimentam os resistores R = 24 Ω e R_x. O voltímetro V indica 12 V.

CALCULE os itens a seguir:

A) Corrente total fornecida pelas baterias.

B) Corrente no resistor de 24 Ω.

C) Valor da resistência R_x.

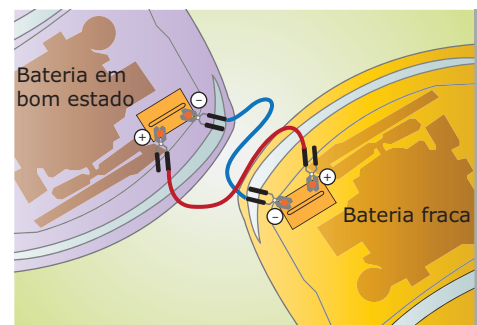
18. (UFF-RJ) A figura a seguir representa um esquema simplificado do circuito elétrico que acende / apaga os faróis de um carro e liga / desliga seu motor de arranque. S_1 e S_2 são chaves, ε, a força eletromotriz da bateria, e r, sua resistência interna.

Dado: ε = 12,0 V.

Considerando apenas S_1 fechada, a diferença de potencial entre os pontos A e B é 11,5 V, e a intensidade de corrente que percorre a bateria é de 10 A. Quando S_2 também é fechada, a intensidade de corrente nos faróis diminui para 8,0 A.

A) **CALCULE** a resistência interna r da bateria.

B) **CALCULE** a intensidade de corrente no motor de arranque, quando S_2 é fechada e os faróis estão acesos.

SEÇÃO ENEM

01. A figura seguinte ilustra um procedimento de emergência usado pelos motoristas para recarregar uma bateria automotiva fraca, que consiste em ligar os polos dessa bateria aos polos de mesmos sinais de uma bateria em bom estado.

Um dos riscos desse procedimento é ligar as duas baterias de forma incorreta, interligando os polos de sinais contrários. Nesse caso, a corrente elétrica gerada é

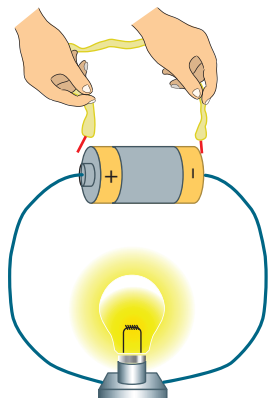
A) muito baixa, de modo que a bateria fraca, além de não ser recarregada, pode ser danificada.

B) baixa, a ponto de a recarga levar algumas horas, danificando a bateria em bom estado.

C) muito baixa, de modo que a bateria em bom estado pode perder toda a carga.

D) elevada, de modo que as baterias podem esquentar e explodir, espalhando ácidos.

E) elevada, de forma que pode haver fuga de cargas das baterias para o meio ambiente.

02. Um técnico liga uma lâmpada em uma grande pilha alcalina de resistência interna pequena, mas não desprezível. A lâmpada brilha normalmente. A seguir, o técnico aproxima as pontas de um cabo condutor dos polos da pilha, como ilustra a figura.

O brilho da lâmpada, quando as pontas do cabo tocam nos polos da pilha,

A) diminui um pouco, pois, além de a corrente elétrica gerada diminuir, parte dela é desviada para o cabo condutor.

B) diminui um pouco, pois a corrente elétrica gerada diminui devido ao aumento da resistência elétrica total do circuito.

C) aumenta um pouco, pois a corrente elétrica gerada aumenta devido à diminuição da resistência elétrica total do circuito.

D) cessa completamente, pois, embora a corrente elétrica gerada aumente, ela passa apenas através do cabo.

E) cessa completamente, pois, além de a corrente elétrica gerada diminuir, toda a carga passa apenas através do cabo.

GABARITO

Fixação

01. B

02. B

03. C

04. B

05. A) Como a corrente no voltímetro (e na pilha) é ínfima, as quedas de tensão nas resistências internas das pilhas são desprezíveis. Assim, nos dois casos, o voltímetro mede a força eletromotriz da pilha, valor que não se altera com o uso.

B) Como a lâmpada tem baixa resistência, agora a corrente em cada pilha é significativa. A resistência interna da pilha velha é grande, por isso há uma queda de tensão apreciável em sua resistência interna. O resultado é que a tensão disponível para alimentar a lâmpada é bem menor que 9 volts. Na pilha nova, apesar de a corrente ser grande, a resistência interna não é. Logo, a queda de tensão interna na pilha é pequena, e a tensão entre os terminais da pilha é próxima de 9 volts. Por esse motivo a lâmpada acende normalmente quando conectada à pilha nova e brilha com menor intensidade quando conectada à pilha usada.

Propostos

01. B

02. Soma = 14

03. D

04. E

05. A

06. A

07. C

08. B

09. Soma = 22

10. C

11. C

12. A

13. E

14. C

15. B

16. Soma = 70

17. A) 2,0 A

B) 0,50 A

C) 8,0 Ω

18. A) $5,0 \times 10^{-2}$ Ω

B) 48 A

Seção Enem

01. D

02. D

FÍSICA

Capacitores

MÓDULO 11 FRENTE D

Um capacitor é um condutor construído especificamente para armazenagem de carga e de energia elétrica. Os capacitores possuem diferentes aplicações; eles podem ser encontrados em um simples *flash* de uma máquina fotográfica e também em um marca-passo cardíaco. A Eletrônica não existiria sem os capacitores. Os conversores de corrente alternada em corrente contínua e os estabilizadores de tensão são exemplos de aparelhos que usam capacitores. A figura 1 mostra um circuito eletrônico típico. Os cilíndricos verticais são capacitores eletrolíticos, capazes de armazenar expressivas quantidades de carga elétrica.

Figura 1: Circuito constituído por vários capacitores, entre outros componentes eletrônicos.

Iniciaremos este módulo com uma discussão sobre a capacidade dos condutores de armazenar carga elétrica. Veremos que essa qualidade é medida por meio de uma propriedade dos condutores chamada de capacitância elétrica. A seguir, estudaremos os capacitores, com destaque para o capacitor constituído por duas placas condutoras planas e paralelas. Finalizaremos o módulo estudando associações de capacitores em um circuito elétrico.

A CAPACITÂNCIA ELÉTRICA

Um condutor não pode ser eletrizado indefinidamente. Por exemplo, quando a carga elétrica na esfera do gerador de Van de Graaf (figura 2) atinge um valor crítico, a rigidez dielétrica do ar é atingida, e a esfera se descarrega por meio de uma descarga elétrica. A capacitância elétrica é uma propriedade que mede o quão eletrizado um condutor pode ficar. A capacitância depende da geometria do condutor e do meio dielétrico que o envolve. O valor máximo de carga que uma esfera metálica pode armazenar é proporcional ao seu raio, mas também depende do meio dielétrico onde a esfera se encontra (em geral, esse meio é o ar). A carga máxima em uma pequena esfera metálica imersa no ar não é grande, entretanto o módulo dessa carga máxima aumenta expressivamente quando a esfera é imersa em meios dielétricos especiais, como os óleos de transformador e as parafinas.

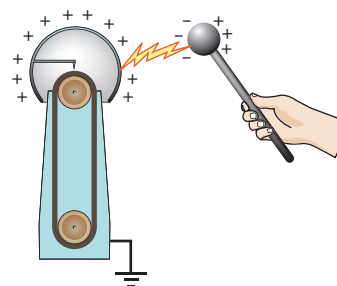



Figura 2: A esfera do gerador de Van de Graaf não pode ser eletrizada indefinidamente.

Agora, vamos definir operacionalmente a capacitância elétrica. Para isso, considere um condutor eletrizado com uma carga elétrica Q. Como consequência, o condutor apresenta um potencial elétrico V. Definimos a capacitância elétrica C desse condutor por meio da seguinte relação:

$$C = \frac{Q}{V}$$

Se esse condutor for eletrizado com uma carga 2Q, observa-se experimentalmente que o seu potencial elétrico torna-se 2V, se a carga for 3Q, o potencial torna-se 3V, e assim por diante. Portanto, a capacitância de um condutor não depende de sua carga. De fato, um condutor apresenta capacitância elétrica mesmo quando ele se acha neutro, sem carga elétrica. Esse fato está de acordo com a discussão anterior, quando vimos que a capacitância de um condutor depende apenas de sua geometria e do meio que o envolve. Vamos exemplificar isso para o caso de uma esfera eletrizada e imersa no ar. Utilizando a equação do potencial elétrico V de uma esfera condutora eletrizada com carga Q ($V = KQ/R$, em que K é a constante eletrostática do meio, e R é o raio da esfera) na definição de capacitância, obtemos:

$$C = \frac{Q}{V} = \frac{Q}{KQ/R} = \frac{R}{K}$$

Note que essa expressão, de fato, indica que a capacitância da esfera depende apenas da sua geometria (presença do raio no numerador) e do meio envolvente (presença da constante de eletrostática no denominador). Note também que a capacitância do condutor não depende do material do corpo.

A capacitância é uma grandeza escalar e sempre positiva. A sua unidade é obtida por meio da razão entre as unidades de carga e de potencial elétrico. No Sistema Internacional de Unidades, a unidade de capacitância elétrica é:

$$\text{Unidade de capacitância} = \frac{1 \text{ coulomb}}{1 \text{ volt}} = 1 \text{ farad} = 1 \text{ F}$$

Se um condutor apresentasse uma capacitância de 1 F, isso significaria que o seu potencial elétrico seria de 1 V, caso ele adquirisse uma carga de 1 C. De fato, 1 F é uma capacitância tão grande que nenhum condutor comum a possui. No caso de uma esfera condutora imersa no ar, o seu raio teria de ser imenso para que a sua capacitância fosse igual a 1 F. Utilizando a equação da capacitância da esfera, obtemos o tamanho desse raio:

$$C = \frac{R}{K_{ar}} \Rightarrow 1 = \frac{R}{9{,}0 \times 10^9} \Rightarrow R = 9{,}0 \times 10^9 \text{ m}$$

Esse valor é quase 13 vezes maior que o raio do Sol. Como os condutores apresentam capacitâncias bem menores que 1 F, é comum o uso de submúltiplos:

1 microfarad = 1 μF = 10^{-6} F

1 nanofarad = 1 nF = 10^{-9} F

1 picofarad = 1 pF = 10^{-12} F

CAPACITORES

Um capacitor é um dispositivo formado por dois condutores próximos, mas isolados entre si por um meio dielétrico. Ao serem ligados a uma fonte de tensão contínua (bateria, pilha, etc.), esses condutores eletrizam-se com cargas de mesmo módulo e de sinais contrários.

O mais simples dos capacitores é constituído por duas placas condutoras, planas e paralelas, separadas por um dielétrico (vácuo, ar, papel, etc.). Esse dispositivo pode ser chamado simplesmente de capacitor plano. As placas são também chamadas de armaduras. A figura 3 mostra um capacitor plano ligado a uma fonte de tensão V_{AB}.

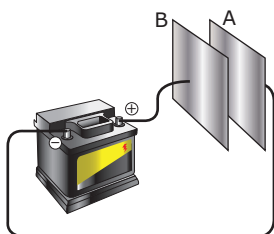



Figura 3: Capacitor de placas planas e paralelas.

Quando as placas do capacitor são ligadas à bateria, ocorrem dois movimentos ordenados de elétrons: um do polo negativo da bateria para a placa A, o outro da placa B para o polo positivo. Em geral, essa movimentação de cargas ocorre em uma fração de segundo. No final, a placa A apresenta carga −Q, e a placa B, carga +Q (cargas de mesmo módulo e de sinais opostos). Embora a carga total do capacitor seja zero (−Q + Q = 0), nos referimos ao dispositivo como estando completamente carregado. Nessas condições, o potencial elétrico na placa A é igual ao potencial do polo negativo, e o potencial elétrico da placa B é igual ao do polo positivo, ou seja, a d.d.p. entre as placas é igual à tensão da bateria. Mesmo que o capacitor seja desligado da bateria, as placas continuam eletrizadas com as cargas +Q e −Q, e a d.d.p. entre elas permanece como antes.

Um capacitor não pode ser eletrizado por uma fonte de tensão alternada (como uma tomada de força residencial) simplesmente porque essa fonte alterna de polaridade. Assim, ora ela envia elétrons a uma placa do capacitor, ora ela retira esses elétrons da placa.

Similarmente ao caso de um condutor, a capacitância de um capacitor é definida pela razão entre o módulo da carga armazenada em um dos condutores e a diferença de potencial elétrico existente entre os dois condutores. Por exemplo, para o capacitor da figura 3, a capacitância poderia ser calculada por:

$$C = \frac{Q}{V_{AB}}$$

Vimos que a capacitância de um condutor depende apenas da sua geometria e do meio dielétrico que o envolve. Esse mesmo tipo de dependência ocorre com um capacitor plano. A capacitância desse dispositivo pode ser determinada em função da geometria do capacitor e do dielétrico entre suas armaduras por meio da expressão:

$$C = \varepsilon\frac{A}{d}$$

A razão A/d mede a influência da geometria do capacitor, em que A é a área de uma das placas, e d é a distância entre elas. A constante ε representa a influência do meio dielétrico entre as placas do capacitor e é chamada de permissividade elétrica do meio. A permissividade ε relaciona-se com a constante eletrostática K. No vácuo, o seu valor é:

$$\varepsilon_0 = \frac{1}{4\pi K_0} = \frac{1}{4\pi.9{,}0 \times 10^9} = 8{,}8 \times 10^{-12} \text{ C}^2/\text{Nm}^2$$

O valor da permissividade elétrica do ar (ε) é praticamente igual ao do vácuo (ε_0). A unidade C^2/Nm^2 também pode ser expressa em F/m. Isso pode ser provado facilmente combinando-se as equações anteriores para a capacitância.

PARA REFLETIR

As placas de um capacitor plano ligadas a uma bateria recebem a mesma quantidade de carga mesmo quando apresentam tamanhos diferentes?

EXERCÍCIO RESOLVIDO

01. Na figura 3, considere: bateria de 12 V, placas do capacitor de 10 cm x 10 cm e 1,0 mm de separação entre as placas. Calcular o campo elétrico entre as placas e a carga em cada uma delas. Discutir o que acontece com os valores da carga da d.d.p. e do campo elétrico entre as placas quando estas são aproximadas.

Resolução:

O campo elétrico entre as placas é dado por:

$$E = \frac{V_{AB}}{d} = \frac{12}{0,0010} = 1,2 \times 10^4 \text{ N/C}$$

A capacitância do capacitor (admitindo ar entre as placas) é:

$$C = \varepsilon\frac{A}{d} = 8,8 \times 10^{-12}\,\frac{0,10.0,10}{0,0010} = 88 \times 10^{-12} = 88 \text{ pF}$$

Utilizando o valor da capacitância C, podemos calcular a carga elétrica armazenada em cada placa:

$$Q = CV_{AB} = 88 \times 10^{-12}.12 = 1,1 \times 10^{-9}\text{ C} = 1,1 \text{ nC}$$

O campo elétrico pode também ser calculado pela expressão $E = 4K\pi Q/A$. Você pode deduzir essa equação fazendo combinações das expressões anteriores.

Vamos discutir o que acontecerá se as placas forem aproximadas. Como a distância d ficará menor, a capacitância C e o campo elétrico E aumentarão. Como V_{AB} se mantém constante (bateria ligada), a carga Q das placas aumentará proporcionalmente ao aumento de C. Por exemplo, se a distância cair para d/2, a capacitância e a carga serão 2C e 2Q.

Comentário:

A distância d pode ser reduzida indefinidamente, de forma a aumentar C, Q e E indefinidamente? A resposta é não. Quando d fica suficientemente pequeno, o campo elétrico atinge 30 kV/cm, que é o valor da rigidez dielétrica do ar. Como você aprendeu no estudo sobre campo elétrico, esse é o valor máximo de campo elétrico que o ar pode suportar antes de tornar-se condutor elétrico. Qualquer aproximação extra das placas causa a ionização do ar, e o capacitor se descarrega por meio de uma descarga elétrica entre as placas.

Uma maior aproximação das placas do capacitor pode ser obtida com o uso de dielétricos especiais. Esses materiais apresentam a permissividade elétrica (ε) maior que a do ar ($\varepsilon_o = 1,0$) de um fator κ, conhecido como constante dielétrica ($\varepsilon = \kappa\varepsilon_o$). Além de aumentar a capacitância e a carga do capacitor, esses materiais apresentam rigidez dielétrica muito superior à do ar. De fato, é por isso que o capacitor suporta grandes quantidades de carga mesmo quando as placas ficam próximas (ou a tensão de alimentação é elevada). A tabela seguinte apresenta dados de dois dielétricos (além do ar) usados em capacitores planos.

Dielétrico	Constante dielétrica κ	Rigidez dielétrica (kV/cm)
Ar	1,0	30
Mica	6,0	600
Parafina	2,0	100

ENERGIA ARMAZENADA EM UM CAPACITOR

A figura 4 mostra a evolução temporal da carga elétrica em um capacitor ligado a uma fonte de tensão. Nesse exemplo, o capacitor atinge a carga máxima em apenas 5 ms. O tempo τ que o capacitor leva para atingir 63,2% da carga máxima é a constante de tempo do circuito. Nesse exemplo, τ = 1 ms.

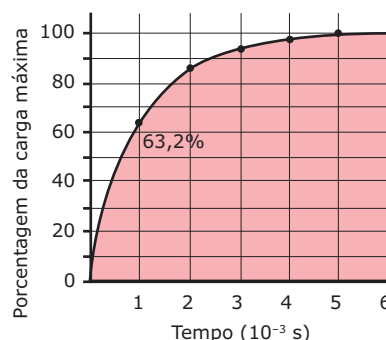



Figura 4: Percentual de carga em um capacitor em função do tempo.

Pode-se provar que τ = RC, em que C é a capacitância do capacitor, e R é a resistência elétrica dos fios que o ligam à fonte de tensão. Durante o carregamento, a d.d.p. entre as placas do capacitor aumenta proporcionalmente à carga adquirida por cada placa, como mostra a figura 5. Este gráfico é uma reta que passa pela origem porque V = Q/C, e C é constante. Naturalmente, a inclinação dessa reta é dada por 1/C.

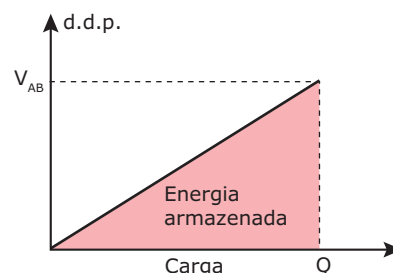



Figura 5: A área sob a curva de carregamento do capacitor, no gráfico de voltagem em função da carga, fornece a energia armazenada no dispositivo.

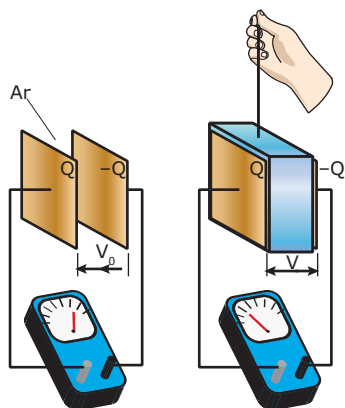
No estudo sobre o potencial elétrico, você aprendeu que o produto entre a tensão V_{AB}, entre dois pontos A e B e a carga q que se move de A para B, é igual à energia W que a fonte de potencial (por exemplo, uma carga Q) transfere à carga q ($W = V_{AB}q$). No caso do carregamento de um capacitor, essa equação não pode ser usada simplesmente porque a d.d.p. e a carga do capacitor não são constantes, elas evoluem durante o processo. Muitas equações utilizadas em Física são do tipo Z = XY, em que Z, X e Y são grandezas físicas. Em algumas situações, quando Y (ou X) não é constante, podemos calcular o valor de Z por meio da área sob o gráfico de Y em função de X (o caso mais famoso refere-se ao gráfico da velocidade *versus* tempo, cuja área representa a distância percorrida).

No caso de um capacitor, podemos calcular a energia potencial elétrica, E_{PE}, acumulada em suas placas por meio da área sob a curva do gráfico da d.d.p. em função da carga armazenada (figura 5). Essa energia é dada por:

$$E_{PE} = \frac{QV}{2} = \frac{CV^2}{2} = \frac{Q^2}{2C}$$

Em que Q é a carga máxima, e V é a tensão da fonte (omitimos o índice AB para a equação ficar mais geral). A primeira equação é obtida a partir da área do triângulo do gráfico da figura 5. As outras duas expressões derivam da substituição de Q = CV na primeira equação.

EXERCÍCIO RESOLVIDO

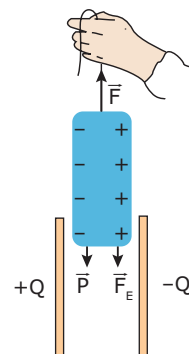
02. Um capacitor carregado acha-se ligado a um voltímetro, como mostra a figura seguinte. A seguir, um dielétrico é introduzido lentamente no capacitor. Explicar por que a leitura do voltímetro diminui nesse processo. Mostrar que a energia potencial do capacitor diminui e explicar para onde é transferida essa parcela de energia.

Resolução:

A d.d.p. entre as placas do capacitor é dada por V = Q/C. Com a introdução do dielétrico, o valor da capacitância C aumenta de um fator $\kappa > 1$ (constante do dielétrico). A carga Q do capacitor não se altera, pois o dispositivo está isolado. Como a d.d.p. V entre as placas do capacitor é dada por V = Q/C, concluímos que V e C são grandezas inversamente proporcionais. Usando o índice "0" para denotar o sistema sem o dielétrico e a ausência de índice para denotar o sistema com o dielétrico, podemos escrever:

$$Q = Q_0; \qquad C = \kappa C_0; \qquad V = V_0/\kappa$$

Logo, a d.d.p. V entre as placas do capacitor irá diminuir devido ao aumento da capacitância C deste.

Como a energia no capacitor é dada por E = QV/2, concluímos que E é diretamente proporcional a V. Assim, a energia do capacitor, depois da introdução do dielétrico, torna-se menor ($E = E_0/\kappa$).

Para compreender essa transformação de energia, vamos analisar a figura seguinte, que mostra o dielétrico sendo introduzido no capacitor. Nesse processo, as placas eletrizadas do capacitor causam uma polarização no dielétrico. Cada face da peça adquire uma carga oposta em relação à placa adjacente. Por isso, as placas atraem o dielétrico para o interior do capacitor, realizando um trabalho. Aí está o motivo da redução de energia do capacitor. Ele transfere parte de sua energia ao dielétrico por meio do trabalho despendido para puxá-lo para o interior do sistema. A pessoa, de fato, não trabalha para introduzir o dielétrico, ela apenas o sustenta com uma força de mesmo módulo e sentido oposto à resultante da força elétrica, exercida pelo capacitor, e do peso do dielétrico.

PARA REFLETIR

Um dielétrico é introduzido parcialmente em um capacitor de placas horizontais, desligadas da bateria que carregou o sistema. O que acontece ao dielétrico se ele for abandonado? (Despreze o atrito).

ASSOCIAÇÃO DE CAPACITORES

Associação em série

A figura 6(a) mostra uma associação em série de dois capacitores de capacitâncias C_1 e C_2 ligados a uma fonte de tensão V_{AB}. Depois de carregados, todas as armaduras apresentam cargas +q e −q. Para entender isso, vamos analisar o retângulo tracejado envolvendo as cargas −q e +q, mostrado na figura 6(a). Antes do carregamento, a carga elétrica dentro do retângulo vale zero. Ligando-se a fonte de tensão V_{AB}, o carregamento ocorre em pouco tempo. Depois disso, não há mais transferência de cargas entre as armaduras, e a carga dentro do retângulo deve permanecer nula. Sendo assim, as cargas nas armaduras dos capacitores ligados em série possuem o mesmo módulo.

Outra característica da associação em série refere-se à divisão da d.d.p. entre os capacitores. Na figura 6(a), a tensão V_{AB} divide-se entre o primeiro capacitor, que recebe a tensão V_{AC}, e o segundo, que recebe a tensão V_{CB}. Como a tensão é a razão entre a carga e a capacitância, e como as cargas nos capacitores de uma associação em

série são iguais, concluímos que as tensões nos capacitores são inversamente proporcionais às suas respectivas capacitâncias. Na associação em série, o capacitor de menor capacitância recebe a maior tensão.

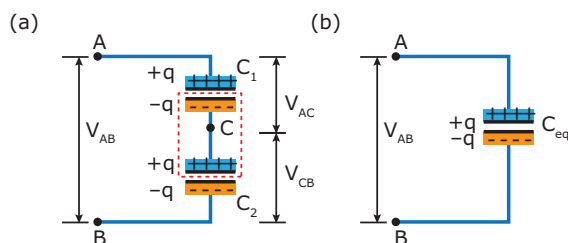



Figura 6: (a) Capacitores em série; (b) capacitor equivalente.

A figura 6(b) mostra o capacitor equivalente da associação mostrada na figura 6(a). Ligado à tensão V_{AB}, esse capacitor armazena a mesma carga que cada um dos capacitores do circuito original. Para calcular a capacitância equivalente (C_{eq}) do capacitor equivalente, em função das capacitâncias C_1 e C_2, partimos de:

$$V_{AB} = V_{AC} + V_{CB}$$

Utilizando a relação V = q/C nessa expressão, obtemos:

$$\frac{q}{C_{eq}} = \frac{q}{C_1} + \frac{q}{C_2}$$

As cargas q são constantes e iguais. Assim, obtemos:

$$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$$

Se houvesse um terceiro capacitor (capacitância C_3), a parcela $1/C_3$ deveria ser acrescentada à soma anterior, e assim por diante para mais capacitores. Para apenas dois capacitores, a capacitância equivalente da associação pode ser determinada por meio da expressão alternativa a seguir. (Cuidado! Essa expressão é muito prática, mas ela se aplica exclusivamente para o caso de dois capacitores):

$$C_{eq} = \frac{C_1 . C_2}{C_1 + C_2}$$

Para N capacitores idênticos (capacitância C) ligados em série, a capacitância equivalente da associação é:

$$C_{eq} = \frac{C}{N}$$

Depois de alguns exercícios, você notará que a capacitância equivalente de uma associação de capacitores em série apresenta um valor pequeno, sempre menor do que o das capacitâncias dos capacitores da associação.

PARA REFLETIR

A separação entre as placas de um capacitor plano é d. O que acontece à sua capacitância se uma placa condutora de espessura d/2 for introduzida entre as armaduras? E se a placa for isolante de constante dielétrica κ?

Associação em paralelo

A figura 7(a) mostra uma associação em paralelo de dois capacitores de capacitâncias C_1 e C_2, alimentados por uma fonte de tensão V_{AB}. No final do carregamento, as armaduras superiores dos capacitores estarão submetidas ao potencial elétrico V_A, enquanto as armaduras inferiores estarão submetidas ao potencial V_B. Portanto, os capacitores de uma associação em paralelo acham-se submetidos à mesma diferença de potencial. Como a carga em cada capacitor é igual ao produto dessa d.d.p. pela sua respectiva capacitância, concluímos que o capacitor de maior capacitância apresentará a maior carga. Observe que a figura 7(a) foi feita mostrando o primeiro capacitor com armaduras maiores. Por isso, $C_1 > C_2$ e, consequentemente, $q_1 > q_2$.

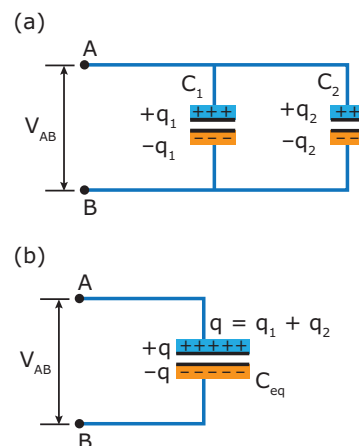



Figura 7: (a) Capacitores em paralelo; (b) capacitor equivalente.

A figura 7(b) mostra o capacitor equivalente da associação. Esse capacitor, quando ligado à tensão V_{AB}, armazena a soma das cargas adquiridas pelos capacitores do circuito original, como mostra a figura 7(b). A capacitância equivalente, C_{eq}, do capacitor equivalente pode ser calculada em função das capacitâncias C_1 e C_2. Observe que:

$$q = q_1 + q_2$$

Utilizando a relação q = CV nessa soma, obtemos:

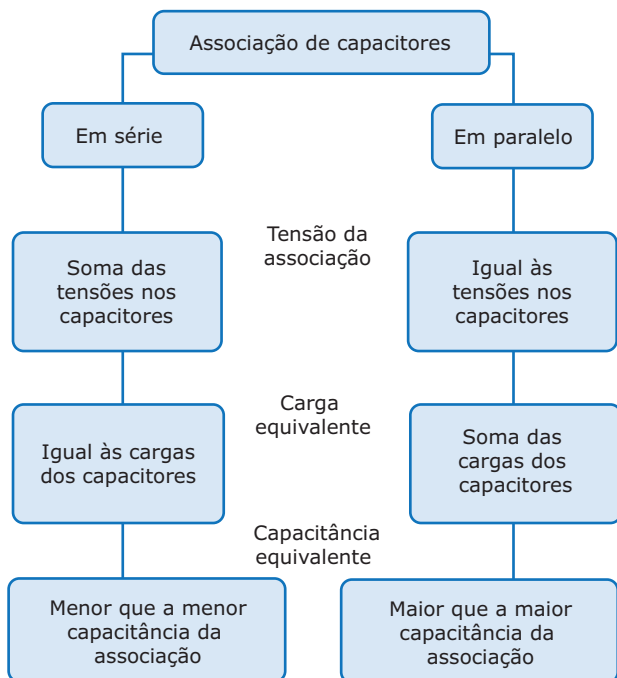
$$C_{eq}V_{AB} = C_1V_{AB} + C_2V_{AB}$$

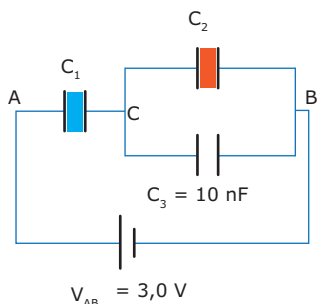
A tensão é constante e igual nos três termos. Assim, obtemos:

$$C_{eq} = C_1 + C_2$$

Se a associação tivesse outros capacitores, as suas capacitâncias deveriam ser acrescentadas à soma da expressão anterior. É fácil ver que a capacitância equivalente da associação em paralelo apresenta um valor maior que a maior capacitância do conjunto. Para uma associação com N capacitores de capacitâncias idênticas a C, a capacitância equivalente é dada por:

$$C_{eq} = NC$$

O mapa conceitual apresentado a seguir é um resumo comparativo sobre associações de capacitores. Faça a sua leitura e certifique-se de que você assimilou bem os conceitos sobre esse tema.

EXERCÍCIO RESOLVIDO

03. Determinar a carga, a d.d.p. e a energia em cada capacitor plano da associação. Os capacitores têm geometrias idênticas, mas dielétricos diferentes. A tensão da bateria é V_{AB} = 3,0 V. O terceiro capacitor tem capacitância C_3 = 10 nF, e o seu dielétrico é o ar. As constantes dielétricas dos outros capacitores são κ_1 = 6,0 e κ_2 = 2,0.

Resolução:

Vamos calcular C_1 e C_2. Como os capacitores apresentam geometrias idênticas, suas capacitâncias diferem apenas pelos dielétricos. O dielétrico do terceiro capacitor é o ar (κ_3 = 1,0), e a constante dielétrica do primeiro capacitor é κ_1 = 6,0. Logo, $C_1 = 6C_3$ = 60 nF. O segundo capacitor possui capacitância $C_2 = 2C_3$ = 20 nF, pois κ_2 = 2,0.

Agora, vamos calcular a capacitância equivalente do segundo e do terceiro capacitores (trecho CB). Como esses capacitores estão em paralelo, temos:

$$C_{23} = C_2 + C_3 = 20 + 10 = 30 \text{ nF}$$

Como o primeiro capacitor e o capacitor equivalente do trecho CB estão em série, a capacitância equivalente da associação é dada por:

$$C_{eq} = \frac{C_1 C_{23}}{C_1 + C_{23}} = \frac{60.30}{60 + 30} = 20 \text{ nF}$$

A carga elétrica armazenada no capacitor equivalente é:

$$q = C_{eq}V_{AB} = 20 \times 10^{-9}.3,0 = 60 \times 10^{-9} \text{ C} = 60 \text{ nC}$$

Esse é também o valor da carga nos capacitores de capacitâncias C_1 e C_{23}, pois eles estão em série. Assim:

$$q_1 = q_{23} = 60 \text{ nC}$$

As tensões nesses dois capacitores são:

$$V_{CB} = \frac{q_{23}}{C_{23}} = \frac{60 \times 10^{-9}}{30 \times 10^{-9}} = 2,0 \text{ V}$$

e

$$V_{AC} = \frac{q_1}{C_1} = \frac{60 \times 10^{-9}}{60 \times 10^{-9}} = 1,0 \text{ V}$$

Note que a soma dessas tensões é a tensão total, e que o capacitor de menor capacitância recebe a maior parcela da tensão. O segundo e o terceiro capacitores estão ligados em paralelo, e suas tensões são iguais a V_{CB}. Suas cargas são:

$$q_2 = C_2V_{CB} = 20 \times 10^{-9}.2,0 = 40 \text{ nC}$$

$$q_3 = C_3V_{CB} = 10 \times 10^{-9}.2,0 = 20 \text{ nC}$$

Note que a soma dessas cargas é igual à carga q_{23} (carga total do trecho CB). Note também que a carga q_2 é o dobro da carga q_3, porque a capacitância C_2 é o dobro de C_3.

Por fim, as energias armazenadas nos capacitores são:

$$E_1 = \frac{q_1V_1}{2} = \frac{60.1,0}{2} = 30 \text{ nJ}$$

$$E_2 = \frac{q_2V_2}{2} = \frac{40.2,0}{2} = 40 \text{ nJ}$$

$$E_3 = \frac{q_3V_3}{2} = \frac{20.2,0}{2} = 20 \text{ nJ}$$

A energia total armazenada na associação de capacitores é igual a soma das energias armazenadas em cada um dos capacitores (90 nJ). Esse valor também poderia ser calculado utilizando o conceito de capacitor equivalente:

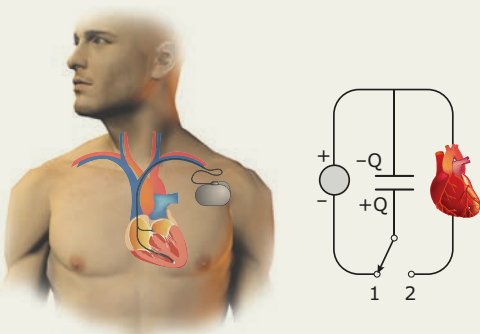
$$E = \frac{qV_{AB}}{2} = \frac{60.3,0}{2} = 90 \text{ nJ}$$

LEITURA COMPLEMENTAR

Neste módulo, estudamos os capacitores. Vimos que eles são usados para armazenar energia elétrica. Estudamos as características dos capacitores e algumas formas de associá-los em um circuito elétrico. Nesta leitura, abordaremos uma das aplicações dos capacitores. Esse dispositivo encontra-se presente em seu dia a dia muito mais do que você possa imaginar.

Marca-passo

Algumas pessoas apresentam disritmia cardíaca, isto é, seus batimentos cardíacos não ocorrem em um compasso capaz de garantir uma boa irrigação sanguínea às várias partes do corpo. Além do uso de drogas, uma forma de corrigir o problema consiste em gerar periodicamente uma pequena descarga elétrica no coração. Esse microchoque atua como um estímulo regulador dos batimentos do coração. O aparelho usado para isso é chamado de marca-passo.

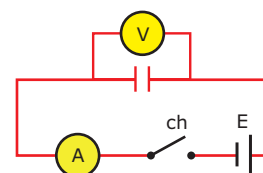
A figura a seguir mostra o circuito elétrico do marca-passo cardíaco. Esse aparelho médico consiste basicamente de uma pilha elétrica, de um capacitor e de uma chave seletora. A chave está ora na posição 1, ora na posição 2. Em 1, o capacitor é carregado, em 2, ele é descarregado. É justamente nessa etapa que o capacitor envia o estímulo elétrico ao coração. Um capacitor de 2,0 pF, alimentado por uma pilha de 1,0 V, armazena uma energia de 1 pJ. Essa ínfima quantidade de energia, liberada periodicamente, permite que o coração trabalhe mais harmoniosamente.

EXERCÍCIOS DE FIXAÇÃO

01. (UFU-MG) A capacidade eletrostática (ou capacitância) de um capacitor plano depende, entre outros, do(s) seguinte(s) parâmetro(s):

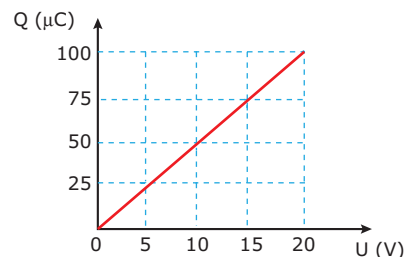
A) Da carga armazenada.
B) Da diferença de potencial entre as placas do capacitor.
C) Da carga e da diferença de potencial.
D) Da distância entre as placas do capacitor.
E) Da carga e da distância entre as placas do capacitor.

02. (PUC Minas) Um capacitor ideal de placas paralelas está ligado a uma fonte de 12 volts. De repente, por um processo mecânico, a distância entre as placas dobra de valor. A fonte é mantida ligada em todos os instantes. Nessa nova situação, pode-se afirmar, em relação àquela inicial, que

A) o campo elétrico dobra, e a carga acumulada também.
B) o campo elétrico dobra, e a carga fica reduzida à metade.
C) o campo elétrico e a carga não mudam de valor.
D) o campo elétrico e a carga ficam reduzidos à metade do valor inicial.
E) o campo elétrico fica reduzido à metade, mas a carga não muda.

03. (UFTM-MG–2007) Um capacitor foi conectado a uma pilha de d.d.p. 1,5 V por meio de fios de resistência elétrica insignificante.

Quando a chave ch for ligada, o voltímetro indicará

A) imediatamente o valor máximo de 1,5 V, assim como o amperímetro indicará no mesmo instante um valor máximo, permanecendo ambas as leituras inalteradas com o passar do tempo.
B) inicialmente 0 V, aumentando com o tempo até 1,5 V, enquanto o amperímetro manterá a indicação do valor máximo e diferente de zero para a corrente elétrica.
C) inicialmente 1,5 V, mostrando gradativamente uma queda na diferença de potencial até o valor 0 V, enquanto o amperímetro, partindo de 0 A, mostrará valores crescentes até um valor máximo.
D) imediatamente 1,5 V, enquanto o amperímetro indicará o valor 0 A, mantendo ambas as indicações inalteradas com o tempo.
E) imediatamente 1,5 V, enquanto o amperímetro, partindo de um valor máximo, mostrará uma gradual queda de corrente até atingir o valor 0 A.

04. (Unimontes-MG–2007/Adaptado) O gráfico mostra a evolução da carga armazenada em função da tensão elétrica em um capacitor sendo carregado por uma bateria.

A energia armazenada e a capacitância do capacitor são

A) 2×10^{-3} J e 2 μF.
B) 2×10^{-3} J e 5 μF.
C) 1×10^{-3} J e 2 μF.
D) 1×10^{-3} J e 5 μF.

05. (UEPG-PR–2006) Capacitor é um dispositivo frequentemente usado em circuitos elétricos que consiste em dois condutores muito próximos, porém isolados um do outro por um meio denominado dielétrico. Capacitores permitem, temporariamente, armazenar energia em circuitos elétricos. A figura a seguir representa uma associação de capacitores. **CALCULE**, em μJ, a energia armazenada nos três capacitores.

Dados: V = 100 V; C_1 = 20,0 μF; C_2 = 5,0 μF; C_3 = 4,0 μF.

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

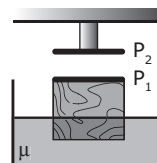
01. (PUC-Campinas-SP) Uma esfera metálica oca (A) e outra maciça (B) têm diâmetros iguais. A capacidade elétrica de A, no mesmo meio que B,

A) depende da natureza do metal de que é feita.
B) depende de sua espessura.
C) é igual a de B.
D) é maior que a de B.
E) é menor que a de B.

02. (UEPB–2010) Um capacitor consiste de dois condutores separados por um isolante, por exemplo, duas placas de metal com ar entre elas. Ele é carregado removendo-se cargas de uma placa e colocando-se na outra. E a maneira mais fácil de fazer isso é conectando por um tempo o capacitor a uma bateria (com uso da chave interruptora). Consideremos um capacitor qualquer, com as armaduras planas, por exemplo, e liguemos essas armaduras aos polos de uma bateria, como mostra a figura a seguir.

Se as armaduras possuírem cargas +Q = 1,2 x 10^{-3} C e –Q = 1,2 x 10^{-3} C e a voltagem V_{AB} for de 400 V, a capacitância do aparelho será

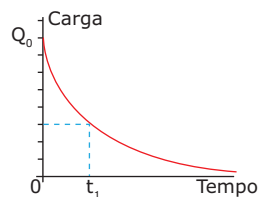
A) 6,0 x 10^{-2} F.
B) 3,0 x 10^{-2} F.
C) 6,0 x 10^{-6} F.
D) 3,0 x 10^{-6} F.
E) nula.

03. (IME-RJ–2007) A figura ilustra um cubo de madeira parcialmente submerso em um líquido de densidade μ. Sua face superior está coberta por uma placa metálica quadrada P_1. Uma placa idêntica P_2, fixada em um suporte, forma com a primeira um capacitor de placas paralelas. As placas estão carregadas com uma carga Q, havendo entre elas uma capacitância C e uma tensão elétrica V, armazenando o capacitor uma energia E.

Se o líquido for substituído por igual quantidade de outro com densidade maior, a capacitância _(I)_, a tensão entre as placas _(II)_ e a energia armazenada _(III)_. A alternativa que corresponde ao preenchimento **CORRETO** das lacunas (I), (II) e (III) é:

	(I)	(II)	(III)
A)	aumenta	aumenta	aumenta
B)	aumenta	diminui	aumenta
C)	aumenta	diminui	diminui
D)	diminui	aumenta	aumenta
E)	diminui	diminui	diminui

04. (UECE–2007) Sabendo-se que o ar se torna condutor quando o campo elétrico ultrapassa 30 kV/cm, a carga elétrica máxima em coulomb de um capacitor de placas paralelas, de área 100 cm^2 e tendo o ar como dielétrico, é igual a (considere a permissividade do ar igual a 8,85 x 10^{-12} C^2/Nm^2.)

A) 2,70 x 10^{-7}.
B) 6,00 x 10^{-7}.
C) 30,0 x 10^{-7}.
D) 67,0 x 10^{-7}.

05. (UFC) A figura a seguir representa o processo de descarga de um capacitor como função do tempo. No tempo t = 0, a diferença de potencial entre as placas do capacitor era V_0 = 12 volts.

No instante de tempo t_1, assinalado no gráfico, a diferença de potencial entre as placas do capacitor é

A) 1,5 V. B) 3,0 V. C) 4,5 V. D) 6,0 V. E) 7,5 V.

06. (Unimontes-MG–2010) Um capacitor plano e de placas paralelas possui diferença de potencial (d.d.p.) entre as placas igual a V e armazena uma quantidade de carga Q_0. Se dobrarmos a área das placas e reduzirmos pela metade a distância entre elas, mantendo constante a d.d.p., é **CORRETO** afirmar que a carga Q armazenada será

A) $4Q_0$. B) $2Q_0$. C) $3Q_0$. D) Q_0.

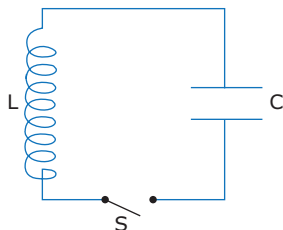
07. (UFJF-MG) Um capacitor de placas planas e paralelas, isolado a ar, é carregado por uma bateria. Em seguida, o capacitor é desligado da bateria, e a região entre as placas é preenchida com óleo isolante. Sabendo-se que a constante dielétrica do óleo é maior do que a do ar, pode-se afirmar que

A) a carga do capacitor aumenta, e a d.d.p. entre as placas diminui.

B) a capacitância do capacitor aumenta, e a d.d.p. entre as placas diminui.

C) a capacitância do capacitor diminui, e a d.d.p. entre as placas aumenta.

D) a carga do capacitor diminui, e a d.d.p. entre as placas aumenta.

08. (UFJF-MG) No circuito seguinte, representamos um capacitor de capacitância C ligado a uma bobina de autoindutância L. O capacitor está inicialmente carregado com uma carga total Q. Ao fecharmos o circuito, através da chave S, surgirá uma corrente I, que irá percorrer a bobina.

Sabendo que a energia armazenada em um capacitor com carga q e com capacitância C é $U = q^2/(2C)$, qual é a carga no capacitor e a energia na bobina quando a energia armazenada no capacitor for a metade de seu valor inicial?

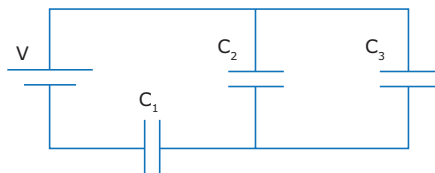
A) $\frac{Q}{\sqrt{2}}, \frac{1}{4}.\frac{Q^2}{C}$

B) $\frac{Q}{\sqrt{2}}, \frac{1}{2}.\frac{Q^2}{C}$

C) $\sqrt{2}Q, \frac{1}{4}.\frac{Q^2}{C}$

D) $\sqrt{2}Q, \frac{1}{2}.\frac{Q^2}{C}$

E) $\frac{Q}{\sqrt{2}}, \frac{Q^2}{C}$

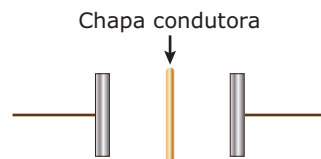
09. (UFAM–2006) Na associação de capacitores do circuito seguinte, os capacitores apresentam capacitância $C_1 = 6\ \mu F$, $C_2 = 3\ \mu F$ e $C_3 = 3\ \mu F$. Sabendo que a voltagem entre os terminais da fonte é V = 300 V, as cargas q_1, q_2 e q_3 são, nessa ordem,

A) $q_1 = 2\ 250\ \mu C$, $q_2 = 1\ 125\ \mu C$ e $q_3 = 1\ 125\ \mu C$.

B) $q_1 = 900\ \mu C$, $q_2 = 400\ \mu C$ e $q_3 = 500\ \mu C$.

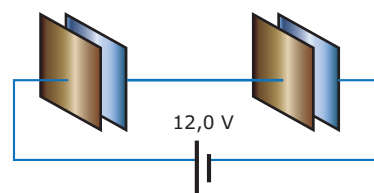
C) $q_1 = 900\ \mu C$, $q_2 = 450\ \mu C$ e $q_3 = 450\ \mu C$.

D) $q_1 = 1\ 125\ \mu C$, $q_2 = 725\ \mu C$ e $q_3 = 400\ \mu C$.

E) $q_1 = 900\ \mu C$, $q_2 = 300\ \mu C$ e $q_3 = 600\ \mu C$.

10. (UFRGS–2007) A capacitância de placas planas e paralelas é $C = \varepsilon_0 A/d$, em que ε_0 é a permissividade elétrica do vácuo, A é a área das placas planas e paralelas, e d é a distância entre elas. Uma chapa plana condutora, isolada e de espessura desprezível, foi introduzida bem no meio, entre as placas do capacitor, como mostra a figura.

A nova capacitância vale

A) C/3. B) C. C) 2C. D) C/2. E) 3C.

11. (Mackenzie-SP) Dois capacitores planos idênticos, cujas placas possuem 1,00 cm² de área cada uma, estão associados em série, sob uma d.d.p de 12,0 V.

Deseja-se substituir os dois capacitores por um único capacitor que tenha uma capacidade elétrica equivalente à da associação. Se o novo capacitor também for plano, possuir o mesmo dielétrico e mantiver a mesma distância entre as placas, a área de cada uma delas deverá ter

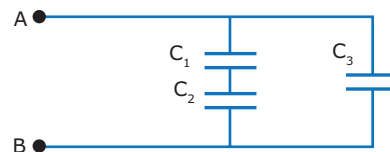
A) 0,25 cm².

B) 0,50 cm².

C) 1,5 cm².

D) 2,0 cm².

E) 4,0 cm².

12. (UFAL) Três capacitores, cujas capacitâncias são $C_1 = 4{,}0 \times 10^{-8}$ F, $C_2 = 12 \times 10^{-8}$ F e $C_3 = 8{,}0 \times 10^{-8}$ F, estão associados como representa o esquema.

Analise as afirmações que seguem, assinalando **(V)** ou **(F)**.

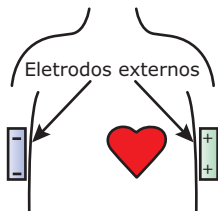
( ) A capacitância do capacitor equivalente à associação vale $16/13 \times 10^{-8}$ F.

( ) Quando uma d.d.p. é aplicada nos terminais A e B da associação, os capacitores C_1 e C_2 ficam com cargas iguais.

( ) Se uma d.d.p. aplicada nos terminais A e B da associação faz com que a carga no capacitor C_3 seja igual a 3,0 μC, então a carga no capacitor C_2 é igual a 8,0 μC.

( ) Se a d.d.p. aplicada nos terminais A e B da associação for 200 V, a carga no capacitor C_3 será $1{,}6 \times 10^{-5}$ C.

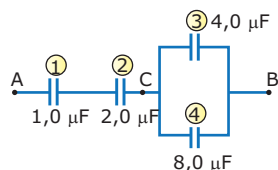
( ) Se a d.d.p. aplicada nos terminais A e B da associação for 200 V, então a d.d.p. no capacitor C_1 será de 100 V.

13. (OBF/Adaptado) Durante um ataque cardíaco, o coração não consegue manter uma contração regular. Uma maneira de restabelecer a frequência cardíaca normal é através de um desfibrilador, em que um capacitor é descarregado por eletrodos colocados no peito do paciente (veja figura a seguir).

O capacitor anterior apresenta capacitância C = 50 μF e foi carregado por uma tensão V = 5,0 kV. **CALCULE**

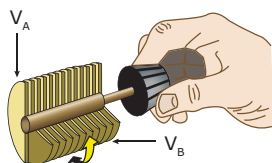
A) a energia liberada pelo capacitor na descarga.

B) a resistência elétrica R do tórax, se a tensão do capacitor diminui de 63% após 3,0 ms do início da descarga.

Dado: O produto RC é a constante de tempo do sistema, que é definida como o tempo para a carga do capacitor diminuir de 63% do seu valor inicial.

14. (UEG–2006) A figura seguinte indica uma associação de capacitores. Os pontos A e B do circuito são ligados aos polos de uma bateria.

DETERMINE a razão entre as d.d.p. V_{AC} (entre os pontos A e C) e V_{CB} (entre os pontos C e B).

SEÇÃO ENEM

01. A figura mostra um dial para sintonizar as estações em um rádio. Esse dispositivo, juntamente com uma bobina de indutância fixa, forma o circuito sintonizador do rádio. O dial é constituído por dois conjuntos de placas metálicas (na forma de meios discos). Um conjunto é fixo e é submetido ao potencial elétrico V_A, enquanto o outro pode girar em torno de um eixo mantido em um potencial V_B.

Estes semi-discos metálicos formam um conjunto de

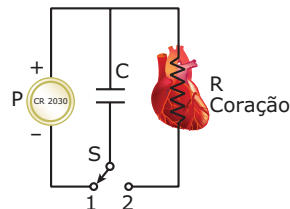
A) Capacitores planos de capacitâncias variáveis associados em paralelo.

B) Capacitores planos de capacitâncias constantes associados em paralelo.

C) Capacitores planos de capacitâncias variáveis associados em série.

D) Capacitores planos de capacitâncias constantes associados em série.

E) Capacitores planos de capacitância variáveis associados de forma mista.

02. A disritmia é um problema cardíaco que pode ser tratado com o uso de um marca-passo. Esse dispositivo é constituído por uma pilha elétrica P, por um capacitor C, por uma resistência elétrica R, que é o próprio coração, e por uma chave seletora S, que ora está na posição 1, ora na posição 2.

Quando a chave seletora está na posição 1, o capacitor é

A) carregado, enquanto, na posição 2, o capacitor é descarregado, com o coração recebendo um estímulo elétrico.

B) descarregado, com o coração recebendo um estímulo elétrico, enquanto, na posição 2, o capacitor é carregado.

C) carregado, com o coração recebendo um estímulo elétrico, enquanto, na posição 2, o capacitor é descarregado,

D) descarregado, enquanto, na posição 2, o capacitor é carregado, com o coração recebendo um estímulo elétrico.

E) descarregado, assim como ocorre na posição 2, com o coração recebendo ininterruptamente um estímulo elétrico.

GABARITO

Fixação

01. D 02. D 03. E 04. D

05. E_1 = 0,4 x 10^4 μJ; E_2 = 1,6 x 10^4 μJ e E_3 = 2,0 x 10^4 μJ

Propostos

01. C 03. C 05. C 07. B 09. C

02. D 04. A 06. A 08. A 10. B

11. B

12. F V F V F

13. A) 6,3 x 10^2 J
B) 60 Ω

14. V_{AC}/V_{CB} = 18

Seção Enem

01. A 02. A

FÍSICA

Campo magnético

Estamos, agora, iniciando o estudo de uma das partes mais fascinantes da Física – o Eletromagnetismo. Sua aplicação vai desde o senso de direção das aves migrantes até o mais moderno aparelho de diversão, de medicina ou de transporte. Além, é claro, de coisas simples, como a utilização de um ímã para coletar parafusos caídos pelo chão.

Durante muito tempo, a Eletricidade e o Magnetismo foram dois ramos da Física que se desenvolviam separadamente. No ano de 1820 – um marco na história da Ciência –, o professor e físico dinamarquês Hans C. Oersted realizou uma célebre experiência, que permitiu unir definitivamente esses dois campos da Física. Oersted descobriu que uma carga elétrica em movimento gera um campo magnético. Em 1831, o físico Michael Faraday descobriu que é possível, sob certas condições, obter-se uma corrente elétrica a partir de um campo magnético. Desde então, a Eletricidade e o Magnetismo fazem parte do mesmo ramo da Física – o Eletromagnetismo.

PROPRIEDADES DE UM ÍMÃ

Um ímã é um objeto capaz de atrair pedaços de ferro, por exemplo. Estes são atraídos com maior intensidade por duas partes do ímã, chamadas de polos. Normalmente, um ímã em forma de barra ou de ferradura possui seus polos situados nas extremidades. Veja a seguir como a limalha de ferro se concentra nos polos dos ímãs.

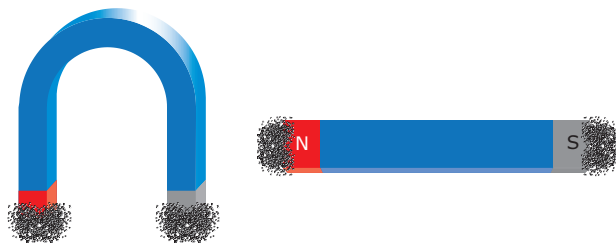
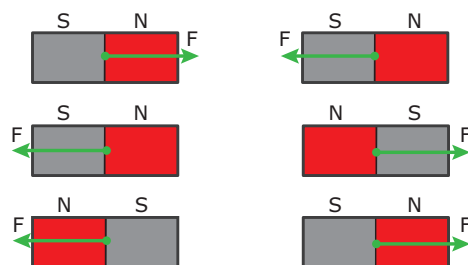



Figura 1 – Polos de um ímã

Se você suspender um ímã em forma de barra, fixando um fio em seu centro de gravidade, vai perceber que ele se orienta, aproximadamente, na direção norte-sul da Terra. O polo que aponta para a região norte da Terra é chamado de **polo norte** do ímã. O outro polo, virado para o sul da Terra, é o **polo sul** do ímã.

Veja a seguir o que acontece com dois ímãs colocados próximos um ao outro. Note que existe uma força de atração entre os ímas no primeiro caso e uma força de repulsão nos outros dois.

A experiência anterior nos permite concluir que:

> Polos de **mesmo** nome se **repelem** e polos de nomes **contrários** se **atraem.**

Uma bússola nada mais é do que um ímã leve e pequeno apoiado sobre um pivô, em torno do qual pode girar livremente.

Sabemos que as bússolas vem sendo usadas há séculos nas navegações e também, é claro, naqueles passeios que muitos fazem por trilhas no meio das matas. A figura seguinte mostra uma bússola de forma esquemática.

> Por convenção, neste material, o polo norte será sempre pintado de vermelho.

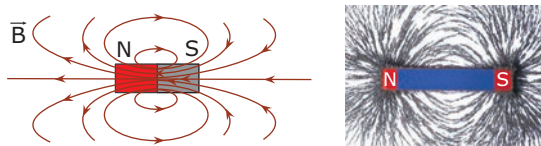
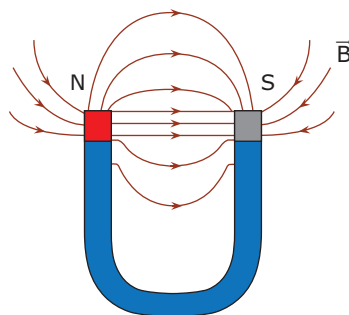
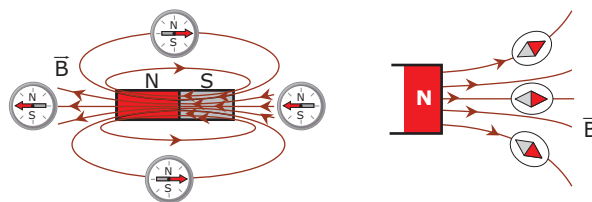
CAMPO MAGNÉTICO

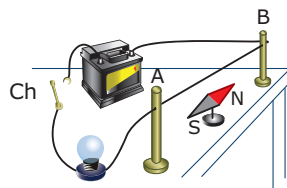
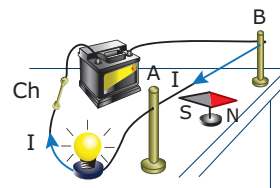
No espaço em torno da Terra, existe um campo gravitacional (uma massa, aí colocada, sofre a ação de uma força gravitacional exercida pelo campo gravitacional terrestre). De forma análoga, na região em torno de uma carga elétrica, existe um campo elétrico (uma carga, colocada nessa região, sofre a ação de uma força elétrica). Tais campos foram usados para explicar por que as forças gravitacional e elétrica se manifestam mesmo a distância, ou seja, sem que os corpos estejam em contato (força de ação a distância).

A força magnética do ímã sobre um pedaço de ferro ou sobre outro ímã também é uma força de ação a distância. Assim, vamos estender o conceito de campo também para o magnetismo.

Imagine um bloco de ferro colocado próximo a um ímã. O bloco, nessa situação, sofrerá a ação de uma força de origem magnética exercida pelo ímã. Assim, dizemos que no espaço em torno do ímã existe um campo magnético (também chamado de campo de indução magnética). De maneira análoga aos campos elétrico e gravitacional, o campo magnético pode ser representado por um conjunto de linhas, nesse caso, de linhas de campo magnético ou linhas de indução magnética. As linhas de indução magnética, ao contrário das linhas de força do campo elétrico e do campo gravitacional, são linhas fechadas e têm como função, basicamente, fornecer

1. a direção e o sentido do campo magnético em cada ponto em torno do corpo gerador desse campo.
2. uma noção da intensidade do campo magnético. Quanto maior for a concentração das linhas de indução magnética em uma determinada região (densidade de linhas), maior será o valor do campo magnético nesse local.

As figuras a seguir representam as linhas de indução magnética de um ímã em forma de barra. Observe como as linhas de indução estão mais concentradas próximo aos polos do ímã (percebeu por que a limalha de ferro da figura 1 se concentra nos polos?). Veja, também, que as linhas entram no ímã pelo polo sul e saem dele pelo polo norte.

A figura a seguir mostra um ímã em forma de ferradura e algumas linhas de indução do campo magnético gerado por esse imã. Na região entre os polos, as linhas são praticamente paralelas, o que indica que nesse local o campo magnético é praticamente uniforme.

Uma agulha magnética (bússola), colocada em uma região onde existe um campo magnético, alinha-se na direção desse campo. O polo norte da agulha fica, **sempre**, orientado no mesmo sentido do campo magnético que a envolve (figuras a seguir).

A EXPERIÊNCIA DE OERSTED

Em 1820, o cientista Hans C. Oersted realizou uma experiência que demonstrou que os fenômenos elétricos e magnéticos estão intimamente relacionados. As figuras a seguir mostram uma montagem semelhante àquela utilizada por Oersted. Uma bússola se encontra sob o fio AB, que está ligado a uma bateria. Com a chave Ch aberta (não há corrente no circuito), a bússola se orienta na direção e no sentido do campo magnético terrestre. Fechando-se a chave Ch, observamos que a agulha da bússola gira, tendendo a se alinhar em uma direção ortogonal ao fio AB.

A bússola, que está sob o fio, aponta para o norte da Terra.

A bússola orienta-se na direção leste-oeste e fica ortogonal ao fio.

Assim como Oersted, deduzimos que, para que a bússola mude a sua orientação, a corrente elétrica deve criar um campo magnético em torno do fio. Em outras palavras, assim como um imã, uma corrente elétrica também exerce uma força magnética sobre uma bússola.

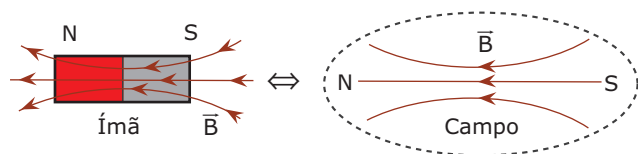
Conclusão

A corrente elétrica (carga elétrica em movimento) que passa no fio gera um campo magnético, ortogonal a essa corrente.

IMPORTANTE

1. Toda carga elétrica em **movimento** gera um campo magnético ortogonal a esse movimento.
2. O vetor $\vec{B}$ (**campo magnético**) é, sempre, tangente às linhas de indução magnética.

Assim, nas palavras do professor e escritor brasileiro Marcelo Gleiser, "A Eletricidade e o Magnetismo foram unificados pelo Movimento."

Podemos estabelecer uma relação entre campos magnéticos e polos norte e sul de um imã. Um ímã gera um campo magnético cujas linhas de indução magnéticas saem pelo norte e entram pelo sul. Da mesma forma, quando temos um campo magnético, podemos associar a ele polos norte e sul (dipolo magnético), a partir da orientação das linhas de indução desse campo. Assim, um ímã e um campo magnético são equivalentes e atuam de forma semelhante. Veja a seguir.

ALGUNS CAMPOS MAGNÉTICOS IMPORTANTES

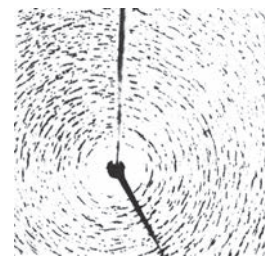
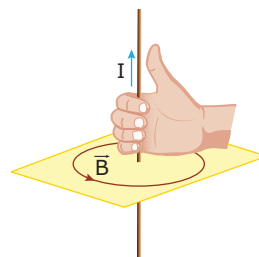
Para estudarmos o Eletromagnetismo, necessitamos de três dimensões do espaço para representar as grandezas físicas. Como a folha de papel tem apenas duas (comprimento e largura), faz-se necessário usar a dimensão perpendicular à folha. Assim, antes de continuarmos nosso estudo, vamos fazer uma convenção. Uma grandeza perpendicular à folha, seja ela campo, corrente, força ou velocidade, poderá ser identificada conforme a simbologia seguinte:

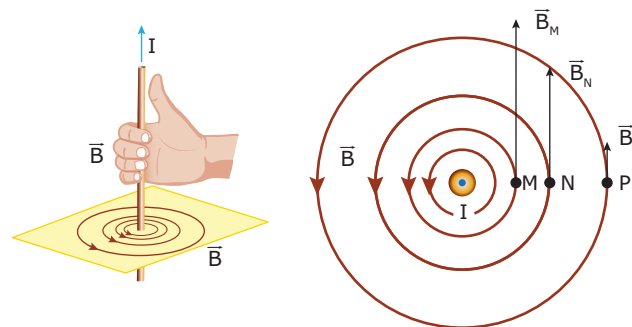
⊙ grandeza saindo da folha de papel (para cima).

⊗ grandeza entrando na folha de papel (para baixo).

Agora, tendo a convenção anterior em mente, vamos estudar alguns campos magnéticos importantes.

Campo magnético em torno de um fio retilíneo

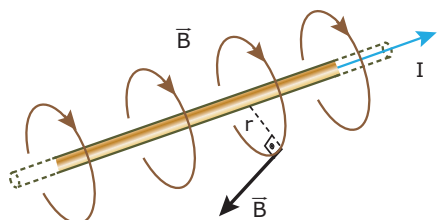
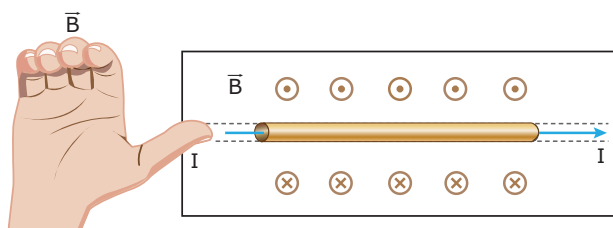
As linhas de indução magnética em torno de um fio retilíneo, longo e percorrido por uma corrente elétrica, são circulares e concêntricas ao fio. O sentido das linhas de indução pode ser determinado a partir de uma regra prática, conhecida como **regra da mão direita** ou **regra de Ampère**. A figura a seguir ilustra como aplicar essa regra.

Aponte o dedo polegar da mão direita no sentido da corrente elétrica (sentido convencional). Os demais dedos devem se encurvar em torno do fio, indicando o sentido das linhas de indução do campo magnético. Como o movimento dos dedos lembra a ação de um saca-rolha, a regra descrita é também conhecida por regra do "saca-rolhas". Se você colocar limalha de ferro em torno do fio, verá que essa limalha irá alinhar-se com o campo magnético, como mostra a imagem anterior.

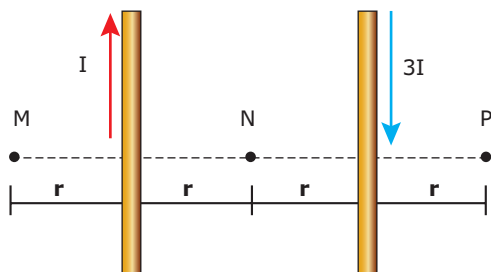
As figuras a seguir representam um fio retilíneo e longo, percorrido por uma corrente elétrica I, e, também, a seção transversal desse fio, visto por cima. Por convenção, o símbolo ⊙ representa uma corrente saindo da folha de papel. Apoie a sua mão direita sobre a folha com o dedão apontando no sentido da corrente e gire a mão em torno do fio. Veja como as linhas de indução estão desenhadas no sentido correto – anti-horário. A direção e o sentido do vetor campo magnético em um ponto dessas linhas são obtidos traçando-se um vetor tangente à linha de indução, no respectivo ponto, e orientado no mesmo sentido dela. Veja a seguir, na figura da direita, a representação dos vetores campo magnético nos pontos M, N e P.

Ampère descobriu que, para o tipo de configuração apresentado na figura anterior, o valor do campo magnético gerado pela corrente, em um ponto a uma distância r do fio, é dado por:

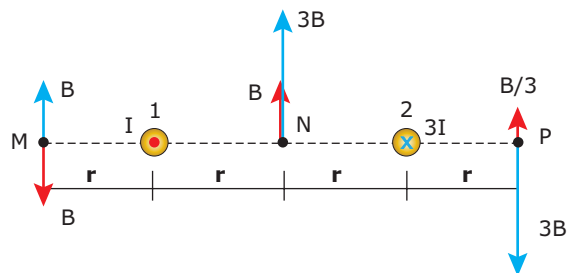
$$B = \mu \frac{I}{2\pi r}$$

I = valor da corrente elétrica
r = distância do ponto ao fio
μ = permeabilidade magnética do meio que envolve o fio

No caso do vácuo, a constante é chamada μ_0 e seu valor é igual a $4\pi \times 10^{-7}$ N/A². De acordo com a equação anterior, o módulo do campo magnético gerado pela corrente decresce com o aumento da distância até o fio. Por isso, nas figuras anteriores, representamos as linhas do campo magnético mais afastadas umas das outras e os vetores campo magnético diminuindo de intensidade (pontos M, N e P) à medida que a distância (r) aumenta.

A figura a seguir mostra as linhas de indução magnética ao longo de um fio para uma dada distância até ele. O vetor campo magnético, em qualquer ponto, é tangente à linha de indução e é **perpendicular** à distância (r) entre o ponto e o fio.

Considere um fio longo e retilíneo percorrido por uma corrente elétrica I, colocado sobre uma mesa e visto de cima. A corrente elétrica vai criar um campo magnético em torno desse fio e, na superfície da mesa, os vetores campo magnético são como os mostrados na figura a seguir (entram na mesa na parte inferior e saem dela na parte superior do desenho).

EXERCÍCIO RESOLVIDO

01. Um fio longo, percorrido por uma corrente elétrica I, gera, a uma distância r, um campo magnético de intensidade B. Determinar a intensidade do campo magnético resultante devido às correntes I e 3I nos pontos M, N e P indicados na figura seguinte.

Resolução:

Considere os fios vistos por cima. Nessa montagem, a corrente I "sai" da folha de papel, e a corrente 3I "entra" nessa folha, como mostra a figura seguinte. Vamos chamar os fios de 1 (corrente I) e 2 (corrente 3I).

A intensidade do campo (B), em cada ponto, é proporcional a I/r e o fio 1 (corrente I) está a uma distância r de M e N e a uma distância 3r de P. Assim, nesses pontos, os campos gerados, pelo fio 1 são B, B e B/3, cujos sentidos, mostrados na figura anterior, podem ser obtidos pela regra da mão direita.

O fio 2 (corrente 3I) está a uma distância r de N e P e 3r de M. Dessa forma, os campos magnéticos gerados nesses pontos são 3B, 3B e B, como mostra a figura.

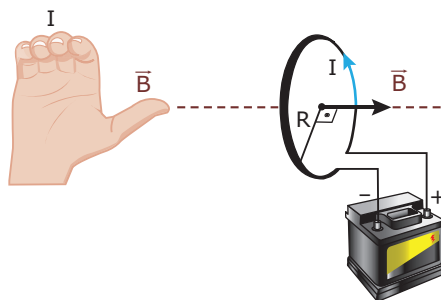
Assim, o módulo do campo magnético resultante, em cada ponto, é:

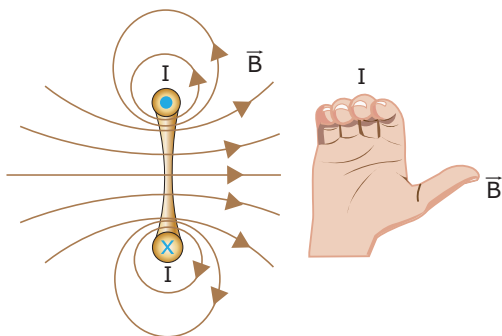
B_M = 0 (os dois campos se anulam)

B_N = 4B (para cima)

B_P = (8/3)B (para baixo)

Campo magnético no centro de uma espira circular

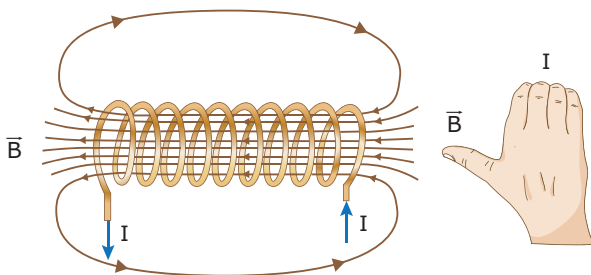
Uma maneira de aumentar o efeito magnético de uma corrente elétrica que percorre um fio é fazer uma espécie de laço com o fio. Tal laço é chamado de **espira**. Na figura a seguir, apresentamos uma espira circular e uma outra versão da regra da mão direita. Nela, a rotação da mão acompanha o sentido da corrente elétrica, enquanto o dedo polegar indica o sentido do campo magnético no centro da espira. Se preferir, você pode usar essa regra para determinar a direção e o sentido do campo magnético gerado pela corrente que percorre uma espira.

Observe que, no centro da espira, o campo magnético é **perpendicular** ao plano e ao raio (R) dessa.

Veja, a seguir, a representação de algumas linhas de indução do campo magnético gerado pela corrente que percorre a espira circular, em corte, colocada num plano perpendicular ao da folha de papel.

O valor do campo magnético no centro de uma espira circular de raio R, percorrida por uma corrente I, é dado pela seguinte relação:

$$B = \mu \frac{I}{2R}$$

I = valor da corrente elétrica
R = raio da espira
μ = permeabilidade magnética do meio

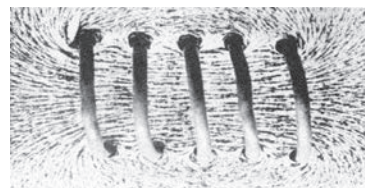
Campo magnético no interior de um solenoide

Um solenoide é obtido enrolando-se um fio longo segundo uma hélice, conforme está representado na figura a seguir. Uma corrente elétrica, ao passar pelas espiras do solenoide, estabelece um campo magnético no interior dele. A figura seguinte mostra um solenoide percorrido por uma corrente elétrica I e algumas linhas de indução magnética geradas por ele.

O sentido do campo magnético em um solenoide pode ser determinado por meio da regra da mão direita (gire os quatro dedos da mão no sentido da corrente elétrica e o dedão lhe dará o sentido do campo magnético dentro do solenoide).

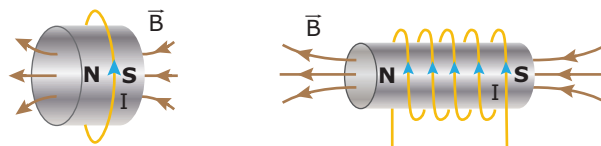
O módulo do campo magnético no interior do solenoide é dado por:

$$B = \mu \frac{N}{L} I$$

I = valor da corrente elétrica
N = número de espiras (voltas) do solenoide
L = comprimento do solenoide
μ = permeabilidade magnética do meio

Observe a figura seguinte, que mostra limalha de ferro colocada sobre uma folha de acrílico no interior do solenoide (num plano paralelo à folha de papel).

Veja, nas duas figuras anteriores, que as linhas de indução, dentro do solenoide, são praticamente paralelas. Isso indica que o módulo do campo magnético, nessa região, é praticamente uniforme e calculado conforme mostrado anteriormente.

IMPORTANTE

Uma vez que a corrente elétrica, numa espira ou num solenoide, gera um campo magnético, podemos associar a eles polos magnéticos, conforme mostram as figuras a seguir. Observe os polos norte e sul da espira e do solenoide.

EXERCÍCIO RESOLVIDO

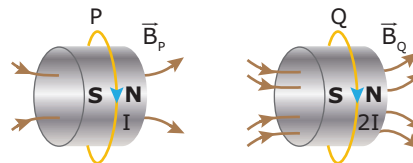
02. Duas espiras circulares de mesmo raio, P e Q, paralelas e imersas no ar, são percorridas por correntes elétricas de mesmo sentido e de valores I e 2I, respectivamente. Determinar

A) se haverá atração ou repulsão entre elas.

B) a razão entre os campos magnéticos gerados no centro de cada uma.

C) a razão entre as forças que as espiras exercem entre si.

Resolução:

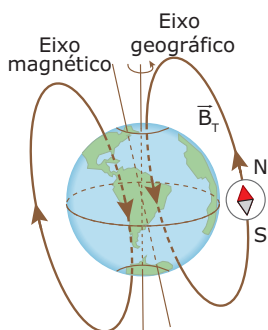
A) A figura seguinte mostra as espiras, os campos e os dipolos magnéticos associados a elas. Como o sul de uma espira está voltado para o norte da outra, haverá atração entre essas espiras.

B) O campo magnético no centro de cada espira é proporcional a I/R. Assim, o campo magnético no centro da espira Q é duas vezes maior que o campo magnético no centro da espira P.

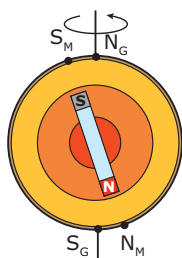
C) Apesar de o módulo do campo magnético gerado pela espira Q ser maior que o da espira P, as forças que atuam sobre elas têm o mesmo módulo, pois formam um par ação e reação – 3ª Lei de Newton.

FÍSICA

O campo magnético da Terra

Sabemos que uma bússola orienta-se, espontânea e aproximadamente, na direção norte-sul da Terra e sabemos, também, que uma bússola alinha-se com o campo magnético local e que seu polo norte aponta no sentido da linha de indução magnética. A conclusão imediata que podemos tirar, a partir dessas observações, é a de que a Terra cria um campo magnético no espaço à sua volta. A Terra é, de fato, um ímã gigante, cujo magnetismo tem a ver com a estrutura de seu núcleo e com a rotação da Terra em torno de seu próprio eixo. A explicação completa de como a Terra gera tal campo ainda requer estudos mais aprofundados, mas a existência desse campo e, mais ainda, a sua direção e sentido em cada ponto do planeta são conhecidos há muito tempo.

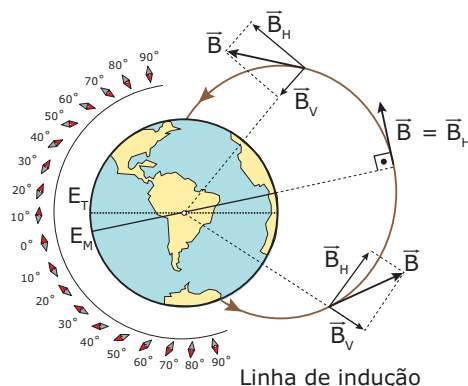
Uma vez que o norte da bússola aponta, aproximadamente, para o norte geográfico da Terra, a linha de indução magnética, fora da Terra, aponta também para essa região, ou seja, para cima. Dentro da Terra, ela deve apontar para baixo, uma vez que as linhas de indução são linhas fechadas. Veja, a seguir, duas das linhas de indução do campo magnético da Terra.

Como mencionado, a Terra comporta-se como um grande ímã. Na região norte do nosso planeta, está o polo sul desse ímã e, na região sul, o polo norte magnético. Veja que o eixo magnético não coincide com o eixo de rotação da Terra (eixo geográfico). Por isso, os polos magnéticos e geográficos não coincidem. O ângulo entre os eixos magnético e geográfico varia com o tempo. Saiba, por curiosidade, que o sentido do campo pode sofrer uma inversão chamada reversão magnética. A última delas ocorreu há 780 000 anos e, numa data ainda não prevista, acontecerá novamente.

A figura a seguir mostra um "corte" na Terra. Nela, vemos o "ímã Terra" e os polos geográficos e magnéticos.

N_G – polo norte geográfico

S_G – polo sul geográfico

S_M – polo sul magnético

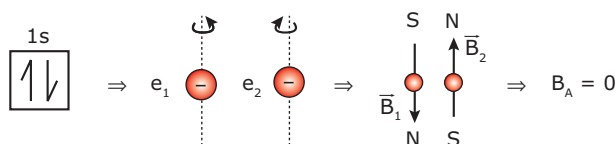
N_M – polo norte magnético

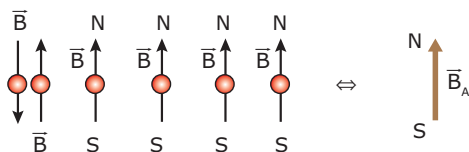
Sabemos que o vetor campo magnético é tangente à linha de indução. Por isso, o campo magnético só é paralelo à superfície da Terra no Equador magnético (E_M). Em qualquer outro ponto em torno da Terra, o campo magnético tem uma componente horizontal (B_H) – paralela à superfície – e uma componente vertical (B_V) para cima (Hemisfério Sul) ou para baixo (Hemisfério Norte). A linha do Equador da Terra (geográfico) foi representada como E_T. Veja a seguir.

A escala à esquerda da figura anterior mostra a inclinação de uma bússola, em relação à superfície horizontal, em cada ponto do planeta.

PROPRIEDADES MAGNÉTICAS DA MATÉRIA

Formação de um ímã

Conforme as conclusões de Oersted, toda carga elétrica em movimento gera um campo magnético. Assim, o movimento dos elétrons nos átomos – em torno do núcleo (translação) e em volta de si mesmo (rotação ou *spin)* – não foge à regra. Desses dois movimentos, o mais relevante é o campo gerado pelo *spin* do elétron.

Considere uma substância com distribuição eletrônica em orbital 1s completo. Nela, os elétrons giram em sentidos contrários (*spins* opostos), conforme você já conhece da Química. A figura mostra a distribuição de elétrons nesse orbital e o efeito magnético decorrente.

Note que os elétrons produzem campos magnéticos opostos e de mesmo módulo. Assim, o efeito magnético resultante é nulo e substâncias com orbitais completos apresentam comportamento magnético desprezível.

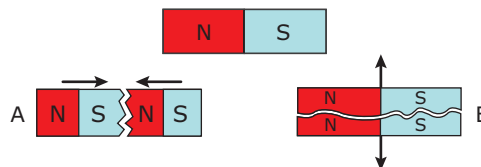
O ferro tem seis elétrons no último nível ($3d^6$), dos quais quatro estão desemparelhados, criando um forte dipolo magnético resultante. Assim, essa substância apresenta efeito magnético, conforme mostrado a seguir, sendo B_A o dipolo magnético resultante de cada átomo de ferro, chamado de dipolo magnético elementar.

Normalmente, os dipolos elementares de uma barra de ferro estão orientados ao acaso, gerando um campo magnético resultante igual a zero. Assim, uma barra de ferro não exerce ação magnética sobre outra. Para que uma barra de ferro se transforme em um ímã, é necessário promover o alinhamento dos dipolos magnéticos dessa barra. A natureza nos forneceu alguns ímãs naturais, formados pelo alinhamento dos dipolos magnéticos com o campo magnético terrestre, em substâncias como a magnetita, durante a sua cristalização em eras remotas. Podemos, entretanto, criar ímãs artificiais, realizando, por exemplo, uma das três operações seguintes:

1. Deixar uma barra de ferro em contato com um forte ímã por muito tempo.
2. Esfregar um ímã num pedaço de ferro, sempre no mesmo sentido, várias vezes.
3. Enrolar um solenoide em volta de uma barra de ferro e fazer com que esse seja percorrido por uma corrente contínua de valor elevado por alguns instantes.

As figuras a seguir mostram uma barra de ferro comum e outra com os dipolos magnéticos alinhados, que se transformou em um ímã.

Quando um ímã é aproximado de um objeto de ferro (um prego, por exemplo), este passa a ter os seus dipolos magnéticos elementares alinhados, ou seja, o objeto se transforma em um ímã, ainda que momentaneamente. O alinhamento produz, na extremidade do objeto próxima ao ímã, um polo oposto ao deste. Por isso, e só por isso, ocorrem forças de atração entre o objeto e o ímã.

Se quebrarmos um ímã, desde que isso não afete muito a orientação dos dipolos magnéticos, teremos dois novos ímãs, cada um com os seus polos norte e sul, conforme figura a seguir. Assim, quando partimos um ímã, não separamos os seus polos, nós obtemos dois novos ímãs. Esse fato é conhecido como **inseparabilidade dos polos**.

Considere o ímã representado a seguir. Partindo-se o ímã ao meio, conforme a figura A, observamos que as pontas quebradas se atraem. Porém, quebrando-se o ímã conforme a figura B, notamos que as partes vão se repelir. O alinhamento dos dipolos elementares e a lei de interação entre os polos explica essa diferença. Veja a seguir:

Classificação dos materiais

Os materiais, de acordo com suas características magnéticas, dividem-se em três classes principais: paramagnéticos, diamagnéticos e ferromagnéticos.

Os paramagnéticos apresentam dipolos magnéticos elementares muito fracos e, por isso, contribuem muito pouco para o valor do campo magnético. Eles possuem valor de permeabilidade magnética (μ) apenas ligeiramente maior que a do vácuo (μ_0). Por esse motivo, são fracamente atraídos por um ímã. Madeira, alumínio e chumbo são exemplos de materiais paramagnéticos. Se uma barra de alumínio for colocada no interior de um solenoide percorrido por uma corrente elétrica, o campo magnético praticamente não sofrerá alteração.

Os materiais diamagnéticos também possuem dipolos magnéticos elementares fracos, porém com uma característica especial: os seus dipolos alinham-se em sentido contrário ao do campo magnético externo. Assim, esses materiais são fracamente repelidos pelos ímãs. Eles têm uma permeabilidade magnética (μ) ligeiramente menor que a do vácuo (μ_0). O bismuto, a água, o cobre e alguns gases são exemplos típicos de materiais diamagnéticos.

Os materiais ferromagnéticos têm permeabilidade magnética (μ) muito superior à do vácuo (μ_0). Os dipolos magnéticos elementares são fortes e, por isso, esses materiais são fortemente atraídos por ímãs. Os materiais ferromagnéticos mais conhecidos são o ferro, o níquel, o cobalto e as suas ligas. Assim, se colocarmos uma barra de ferro, por exemplo, no interior de um solenoide percorrido por corrente elétrica, a intensidade do campo magnético resultante aumentará consideravelmente (até 20 000 vezes).

EXERCÍCIO RESOLVIDO

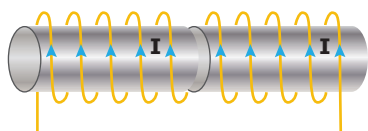
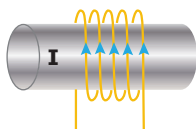
03. Um solenoide com N espiras e comprimento L, colocado no ar e percorrido por uma corrente I, possui em seu interior um campo magnético de módulo B_S. Determinar o que acontece com o campo B_S se, mantidas as demais características, o solenoide for

A) associado em série com outro solenoide idêntico.

B) achatado de modo que seu comprimento seja reduzido à metade.

C) preenchido com uma barra de ferro que ocupe toda a sua extensão.

Resolução:

A) O campo no interior do solenoide é proporcional a N/L. Se ele for associado a outro solenoide idêntico, teremos o dobro do número de espiras e o dobro do comprimento. Assim, a intensidade do campo não sofrerá alteração.

B) O módulo do campo irá dobrar, pois o número de espiras permaneceu constante, mas o comprimento do solenoide foi reduzido à metade.

C) A intensidade do campo magnético é proporcional, também, à permeabilidade magnética do meio (μ). O ferro, sendo um material ferromagnético, tem elevada permeabilidade magnética. Assim, a intensidade do campo magnético no interior do solenoide aumentará muito.

Histerese magnética

Sabemos que os materiais ferromagnéticos, quando colocados em um campo magnético externo, têm seus dipolos magnéticos elementares alinhados no mesmo sentido desse campo. Esse alinhamento é tanto maior quanto mais intenso for o campo externo (B_E). Dizemos, então, que o material foi magnetizado ou imantado. Nessa situação, o campo magnético resultante na região é a soma do campo magnético externo (B_E) com o campo magnético do material imantado (B_I). Sabe-se que a imantação do material ferromagnético tem um valor limite. Mas o que acontece quando o campo externo é retirado?

Os gráficos seguintes mostram o campo magnético do material imantado (B_I) em função do campo magnético externo (B_E), à medida que este aumenta e depois diminui. O material, inicialmente, estava não imantado. Analise os dois gráficos.

O primeiro gráfico mostra que, após o campo magnético externo ser reduzido a zero, o campo magnético do material imantado também vai praticamente a zero. Substâncias com essa curva de histerese ficam imantadas apenas enquanto o campo externo estiver ativado. O ferro com essas características, que dependem do estado de oxidação do metal, é chamado de "ferro doce".

O segundo gráfico indica que, mesmo com o campo magnético externo reduzido a zero, o material imantado ainda apresenta uma magnetização residual (B_{I_R}), ou seja, o material permaneceu imantado após o campo externo ser retirado. Materiais com essa característica são usados na construção de ímãs permanentes. Quanto maior a intensidade do campo magnético residual (B_{I_R}), mais forte será o ímã permanente.

ELETROÍMÃ

Uma aplicação interessante do fato de que algumas substâncias apresentam curva de histerese do primeiro tipo (imantação nula quando o campo magnético externo é retirado) está na construção de eletroímãs.

Considere a figura a seguir. Nela, um solenoide é preenchido por um material que não apresenta histerese magnética residual, isto é, sem campo magnético externo, o material volta a ter os seus dipolos elementares desorganizados. Isso quer dizer que, enquanto a corrente elétrica percorre o circuito (chave ch fechada), o solenoide comporta-se como um potente ímã. Quando a corrente elétrica para de circular pelo solenoide (chave ch aberta), o campo deste cai a zero e o da substância que o preenche também. Dessa forma, o eletroímã pode ser ligado e desligado de acordo com nossa necessidade. Além disso, a "força" do solenoide pode ser controlada pela variação da corrente que circula por ele.

Tal dispositivo é muito usado em Medicina (para retirar destroços de ferro que tenham atingido partes sensíveis do corpo – olho humano, por exemplo) e em potentes guindastes capazes de transportar sucata de ferro de um local a outro, como mostra a fotografia seguinte.

LEITURA COMPLEMENTAR

Biomagnetismo

O Biomagnetismo, área do conhecimento que inter-relaciona a Física e a Medicina, estuda o efeito de campos magnéticos em seres vivos. Um organismo vivo produz campo magnético próprio de duas formas. Primeiro, os seres vivos apresentam partículas de ferro no organismo, principalmente no fígado e nos pulmões. Estando imantadas, elas produzem campo magnético (temos minúsculos ímãs nesses órgãos). Segundo, os impulsos elétricos (cargas elétricas em movimento) do cérebro e dos sistemas nervoso e muscular geram campos magnéticos e eletromagnéticos. Além disso, todos os seres vivos são "bombardeados", constantemente, por campos eletromagnéticos externos. Dessa forma, saber usar o Biomagnetismo a nosso favor é um grande benefício que a humanidade espera dos nossos atuais e futuros cientistas.

O campo magnético gerado pelos órgãos do corpo humano é muito pequeno (de 10^{-4} a 10^{-10} vezes a intensidade do campo magnético da Terra). Por isso, instrumentos que possam detectar esse campo e suas possíveis flutuações são raros e caros. Tais aparelhos, além da elevada sensibilidade, precisam "separar" o campo magnético do órgão estudado dos campos magnéticos da Terra e das correntes elétricas convencionais presentes em todos os ambientes. Aí está, com certeza, um dos motivos da dificuldade dos pesquisadores no desenvolvimento de diagnósticos e tratamentos médicos que usem o Biomagnetismo.

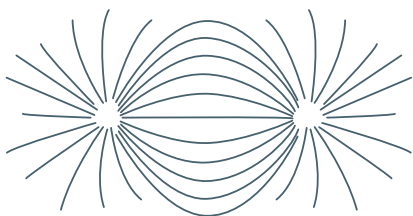
Já é fato conhecido que muitos animais, entre eles vários micro-organismos, tartarugas, aves, abelhas, peixes e outros, possuem grãos de magnetita (ímãs naturais) em seu organismo. Por isso, as pesquisas acerca do senso de direção desses animais, em relação ao campo magnético terrestre, avançam rapidamente. Sabemos que o campo magnético da Terra tem uma componente vertical para baixo no Hemisfério Norte e outra vertical para cima no Hemisfério Sul. Isso poderia explicar por que muitas aves vão de um hemisfério ao outro, com tamanha facilidade e precisão. Muitas delas, ao longo dos anos, vão e voltam exatamente aos mesmos lugares. Estudos com grupos de tartarugas marinhas mostram resultados promissores na relação entre elementos magnéticos em seus organismos e o campo magnético terrestre. Quem sabe o nosso senso de orientação – muito aguçado em determinados grupos de pessoas – seja consequência do magnetismo terrestre?

Atualmente, os órgãos que produzem os campos magnéticos de maior interesse da Medicina, ou aqueles que se mostram mais promissores, tanto no diagnóstico quanto no tratamento de enfermidades, são o cérebro, o coração, o fígado e o intestino. Outra área bastante promissora é o Biomagnetismo Fetal (avaliação mais precisa do desenvolvimento do feto). Vários exames não invasivos vêm sendo feitos com a utilização de novas tecnologias, baseadas no Biomagnetismo. Entre eles, a detecção de vírus, de bactérias e de células cancerosas, a determinação de regiões do cérebro com hiperatividade e de partes do coração com deficiência funcional. Pesquisas em Psiquiatria têm revelado grande potencial de aplicação. Quatro universidades brasileiras destacam-se nas pesquisas: a USP de Ribeirão Preto, a PUC Rio, a Estadual Paulista e a Federal do Paraná.

Falamos dos benefícios que o Biomagnetismo pode trazer para o ser humano. Mas será que os campos magnéticos externos, que recebemos a todo instante, podem interferir no funcionamento do nosso corpo? Será, inclusive, que podem acentuar ou gerar doenças conhecidas e futuras? Pesquisas, ainda não conclusivas, dizem que sim. Algumas tecnologias, como os aparelhos de telefonia celular, são muito recentes para que algum estudo mostre o grau de risco que elas representam para a humanidade.

Embora seja conhecido que os tratamentos médicos usando eletricidade tiveram "um passado negro, obscuro e, muitas vezes, desumano", acreditamos que o Biomagnetismo poderá trazer respostas a muitos dos nossos questionamentos sobre saúde, vida e preservação da natureza. Isso certamente dependerá de você, dos seus colegas e, é claro, de todos nós, seja nos estudos, nas pesquisas ou na observação e no acompanhamento de tudo aquilo que possa ser feito com o conhecimento adquirido com essa nova e poderosa área do conhecimento.

EXERCÍCIOS DE FIXAÇÃO

01. (UFMG) Um professor apresenta a figura a seguir aos seus alunos e pede que eles digam o que ela representa. A seguir estão o que eles dizem que a figura pode representar.

Andréa: as linhas de campo elétrico de duas cargas elétricas idênticas.

Daniel: as linhas de indução magnética de dois polos magnéticos contrários.

Carlos: as linhas de indução magnética de dois polos magnéticos idênticos.

Beatriz: as linhas de campo elétrico de duas cargas elétricas de sinais contrários.

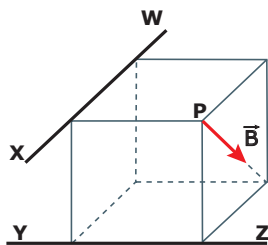
Os alunos que responderam **CORRETAMENTE** são

A) Andréa e Carlos.

B) Andréa e Daniel.

C) Beatriz e Carlos.

D) Beatriz e Daniel.

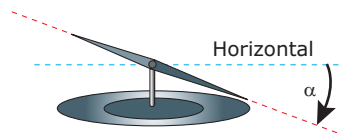
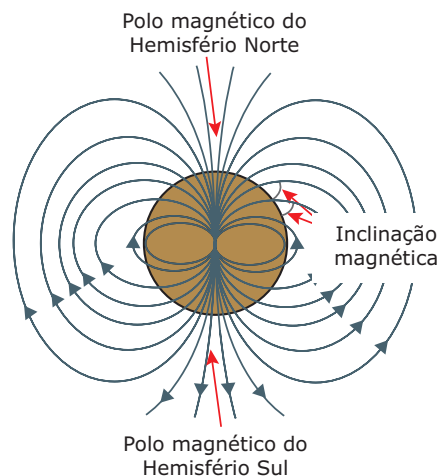
02. (UFMG / Adaptado) Dois fios condutores **WX** e **YZ**, retos e longos, estão dispostos sobre duas arestas de um cubo imaginário, como mostra a figura. Correntes elétricas iguais estão presentes nos dois fios. O campo magnético resultante de tais correntes, no ponto **P**, é indicado na figura.

Nessas condições, as correntes elétricas nos fios têm os sentidos

A) de **W** para **X** e de **Z** para **Y**.

B) de **W** para **X** e de **Y** para **Z**.

C) de **X** para **W** e de **Z** para **Y**.

D) de **X** para **W** e de **Y** para **Z**.

03. (UNIFESP–2008) A figura mostra uma bússola que, além de indicar a direção dos polos magnéticos da Terra, indica também a inclinação das linhas de campo no local em que ela está.

Bússolas como essa se inclinam α_E em regiões próximas ao Equador, α_T em regiões próximas aos trópicos e α_P em regiões próximas aos círculos polares. Conhecendo a configuração do campo magnético terrestre, (veja as figuras)

pode-se afirmar que

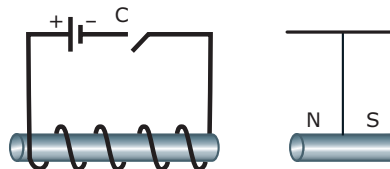
A) $\alpha_P > \alpha_T > \alpha_E$.

B) $\alpha_T > \alpha_P > \alpha_E$.

C) $\alpha_P > \alpha_E > \alpha_T$.

D) $\alpha_T > \alpha_E > \alpha_P$.

E) $\alpha_E > \alpha_T > \alpha_P$.

04. (UFV-MG) A figura seguinte representa um eletroímã e um pêndulo, cuja massa, presa à extremidade, é um pequeno ímã. Ao se fechar a chave C, é **CORRETO** afirmar que

A) o ímã do pêndulo será repelido pelo eletroímã.

B) o ímã do pêndulo será atraído pelo eletroímã.

C) o ímã do pêndulo irá girar em torno do fio que o suporta.

D) o polo sul do eletroímã estará à sua direita.

E) o campo magnético no núcleo do eletroímã é nulo.

05. (UFTM-MG) O texto discursa sobre os efeitos causados no campo magnético resultante devido à imantação de substâncias inseridas em um campo magnético uniforme.

As substâncias __________________ são conhecidas por provocarem um pequeno aumento no valor do campo resultante. Quanto às substâncias __________________, ocorre o contrário, visto que seus ímãs elementares opõem-se ao campo original. Já com relação às substâncias ____________, devido à fortíssima imantação, o campo gerado supera em muitas vezes aquele na qual a substância foi inserida.

GASPAR, Alberto. *Física.* vol. 2 (Adaptação).

As substâncias que preenchem **CORRETAMENTE** as lacunas são, respectivamente,

A) diamagnéticas, paramagnéticas, ferromagnéticas.

B) paramagnéticas, ferromagnéticas, diamagnéticas.

C) paramagnéticas, diamagnéticas, ferromagnéticas.

D) ferromagnéticas, diamagnéticas, paramagnéticas.

E) ferromagnéticas, paramagnéticas, diamagnéticas.

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

01. (UFAM) Três barras metálicas, aparentemente idênticas, denotadas por AB, CD e EF, em correspondência com as extremidades de cada uma, podem ou não estar imantadas, formando então ímãs retos. Realiza-se uma série de experiências isoladas nas quais verifica-se que

I. a extremidade C atrai as extremidades A e B.

II. a extremidade D atrai as extremidades A e B.

III. a extremidade C atrai a extremidade E e repele a extremidade F.

Portanto, podemos concluir que

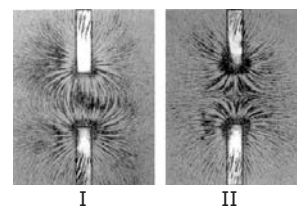
A) a barra CD não está imantada.

B) a extremidade E atrai as extremidades A e B.

C) a barra AB está imantada.

D) a barra EF não está imantada.

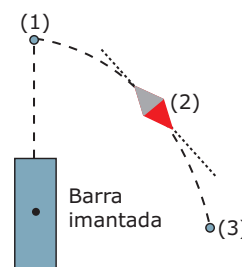
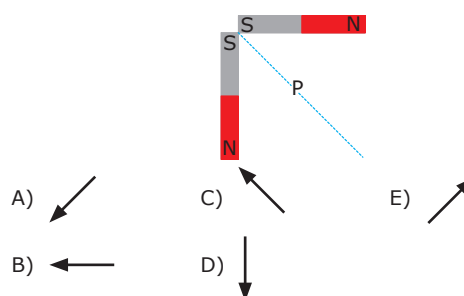
E) a extremidade E atrai as extremidades C e D.

02. (UFMG) Fazendo uma experiência com dois ímãs em forma de barra, Júlia colocou-os sob uma folha de papel e espalhou limalhas de ferro sobre essa folha. Ela colocou os ímãs em duas diferentes orientações e obteve os resultados mostrados nas figuras I e II. Nessas figuras, os ímãs estão representados pelos retângulos. Com base nessas informações, é **CORRETO** afirmar que as extremidades dos ímãs voltadas para a região entre eles correspondem aos polos

A) norte e norte na figura I e sul e norte na figura II.

B) norte e norte na figura I e sul e sul na figura II.

C) norte e sul na figura I e sul e norte na figura II.

D) norte e sul na figura I e sul e sul na figura II.

03. (Cesgranrio) Uma bússola e uma barra imantada estão sobre uma mesa de madeira. Quando colocada no ponto 2, a bússola tem a orientação mostrada na figura a seguir. Qual das opções apresentadas mostra **CORRETAMENTE** a orientação da bússola, quando ela é colocada nas posições 1 e 3?

04. (CEFET-MG–2007) Dois ímãs idênticos, em forma de barra, são fixados sobre uma mesa, com suas dimensões principais formando um ângulo de 90º, como representado a seguir. No ponto P, situado sobre a bissetriz do ângulo formado, a indução magnética resultante é **MAIS BEM** representada pelo vetor

05. (PUC RS) Uma interessante e histórica experiência foi realizada pelo físico dinamarquês Hans Christian Oersted, em 1820, ao utilizar uma pilha conectada aos extremos de um condutor metálico nas proximidades de uma bússola, cuja agulha estava orientada inicialmente na direção norte-sul do campo magnético terrestre. Com o estabelecimento da corrente elétrica no condutor, Oersted pôde perceber que a agulha da bússola se desviava em relação à sua orientação inicial. Os resultados dessa experiência permitiram concluir **CORRETAMENTE** que

A) uma mesma teoria passaria a dar conta de fenômenos elétricos e magnéticos, até então considerados independentes um do outro.

B) os polos da agulha da bússola são inseparáveis.

C) as corrente elétricas são estabelecidas apenas em condutores metálicos.

D) os polos da pilhas são os responsáveis pela alteração do alinhamento original da bússola.

E) o campo magnético terrestre afeta a corrente elétrica no condutor.

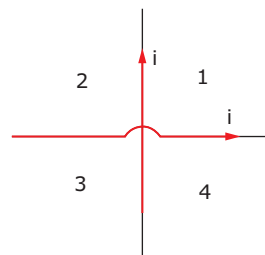
06. O campo magnético (B) é criado por uma corrente ortogonal a ele. Um fio, percorrido por corrente elétrica, é colocado na aresta do cubo da figura e produz, no vértice V, o campo magnético indicado. Qual alternativa mostra uma situação **INCORRETA**?

A)

B)

C)

D)

07. (UFAM) A figura mostra dois fios condutores retilíneos muito longos colocados perpendicularmente um ao outro, mas sem se tocarem, transportando a mesma corrente i nos sentidos indicados pelas setas na figura. Os números 1, 2, 3 e 4 indicam as correspondentes regiões no plano formado pelos dois fios. O campo magnético total gerado pelas duas correntes pode ser nulo em pontos localizados

A) nas regiões 1 e 3.

B) nas regiões 1 e 2.

C) nas regiões 3 e 4.

D) nas regiões 2 e 4.

E) nas regiões 1 e 4.

08. (UFMG) Observe a figura.

Essa figura representa um fio condutor longo e retilíneo, acima do qual, mas próximo dele, foi instalada uma agulha magnética que pode girar livremente. Na situação inicial, mostrada na figura, não há corrente elétrica passando pelo condutor. Faz-se, posteriormente, passar por ele uma corrente i, de grande intensidade, de tal maneira que a ação do campo magnético terrestre sobre a agulha se torne desprezível. A alternativa que **MELHOR** representa a posição da agulha, quando a corrente i estiver passando no condutor, é:

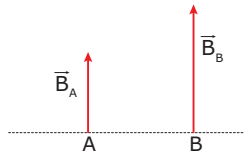
A)

B)

C)

D)

E)

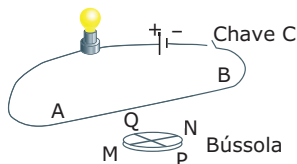
09. (CEFET-MG–2006) Os campos magnéticos criados nos pontos A e B por um condutor retilíneo e longo, perpendicular ao plano do papel, estão representados, em escala, na seguinte figura. A corrente, no condutor, ______________________ do (no) plano, em um ponto ________________________. Os termos que completam, **CORRETA** e respectivamente, as lacunas são

A) sai / entre A e B.

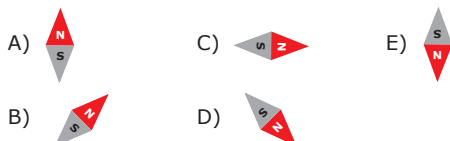
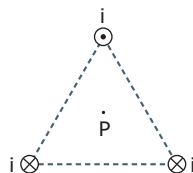
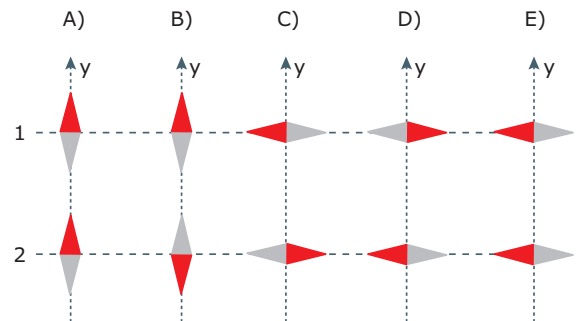
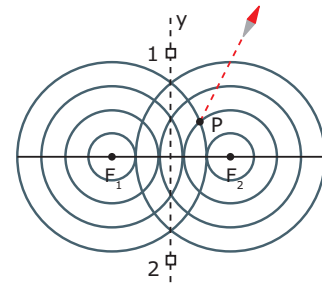
B) sai / à direita de B.

C) entra / à direita de B.

D) sai / à esquerda de A.

E) entra / à esquerda de A.

10. (FCMMG) A figura representa uma bússola colocada sob um fio AB de um circuito constituído por uma bateria, uma lâmpada e uma chave C. A direção MN é paralela ao fio AB, enquanto a direção PQ é perpendicular a ele. Fechando-se a chave C, o polo norte da agulha da bússola apontará para (despreze o efeito do campo magnético da Terra)

A) M. B) N. C) P. D) Q.

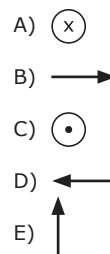
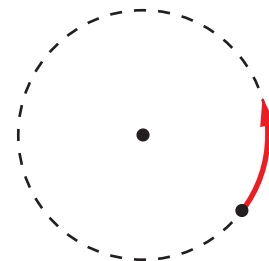
11. (FURG-RS) Uma corrente constante i passa em cada um dos três fios retilíneos longos, situados nos vértices de um triângulo equilátero. Os fios são normais em relação ao plano que contém o triângulo, conforme mostra a figura. Desconsiderando o campo magnético terrestre, a orientação de uma bússola colocada no ponto P é

12. (FUVEST–2007) Uma bússola é colocada sobre uma mesa horizontal, próxima a dois fios compridos, F_1 e F_2, percorridos por correntes de mesma intensidade. Os fios estão dispostos perpendicularmente à mesa e a atravessam. Quando a bússola é colocada em P, sua agulha aponta na direção indicada. Em seguida, a bússola é colocada na posição 1 e depois na posição 2, ambas equidistantes dos fios. Nessas posições, a agulha da bússola indicará, respectivamente, as direções

13. (UFU-MG) Considerando o elétron, num átomo de hidrogênio, como sendo uma massa pontual girando, no plano da folha, numa órbita circular como mostra a figura, o vetor campo magnético criado no centro do círculo por esse elétron é representado por

A) ⊗

B) →

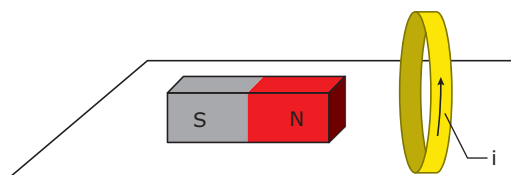
C) ⊙

D) ←

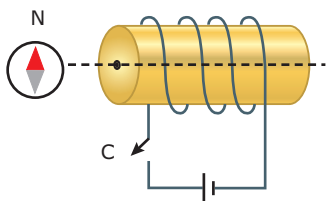
E) ↑

14. (FPM-MG) Durante uma aula de laboratório, o professor colocou um ímã de massa m e um anel condutor com metade dessa massa, em repouso, um em frente do outro, sobre uma mesa horizontal e muito lisa, como mostra a figura a seguir. Em seguida, ele estabeleceu uma corrente elétrica no anel, no sentido indicado na figura. Três estudantes que acompanhavam o experimento fizeram as seguintes afirmações:

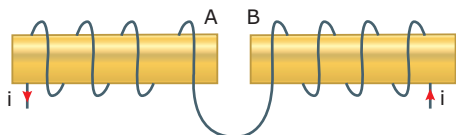
Estudante 1: Ao ser percorrido pela corrente elétrica, cria-se, no centro do anel, um campo magnético cujo sentido é igual ao do vetor →.

Estudante 2: O ímã e o anel repelem-se com forças de intensidades iguais.

Estudante 3: O ímã e o anel serão acelerados. O módulo da aceleração do anel será o dobro do módulo da aceleração do ímã.

Estão **CORRETAS** as afirmações feitas pelos estudantes

A) 1 e 3. B) 1 e 2. C) 2 e 3. D) 1, 2 e 3.

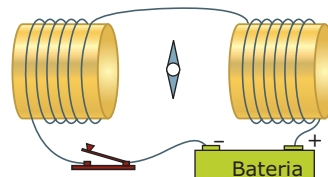
15. A figura representa uma bússola alinhada com o campo magnético da Terra e no eixo de um solenoide no qual não passa corrente. Ligando-se a chave C, a orientação da bússola, sem desprezar o campo da Terra, passa a ser

A) ↙ B) ↖ C) ↗ D) ↘

16. (UNIFEI-MG–2007) Considere dois solenoides A e B percorridos por uma corrente elétrica cujo sentido é indicado na figura. Qual é a afirmação **VERDADEIRA**?

A) A e B se atraem.

B) A extremidade de B mais próxima de A corresponde ao polo norte do solenoide B.

C) A extremidade de A mais próxima de B corresponde ao polo norte do solenoide A.

D) A e B se repelem.

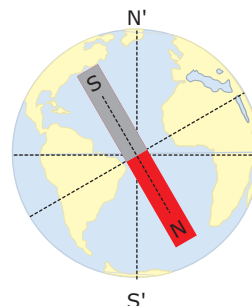
17. (UVF-MG) O desenho a seguir ilustra uma agulha imantada colocada na posição horizontal entre dois eletroímãs, com a chave desligada e a montagem localizada na superfície da Terra. Ao ligarmos a chave, observa-se que o campo magnético dos eletroímãs, suposto uniforme, faz a agulha girar em 45º. Com base nesse fato, pode-se afirmar que

A) o campo magnético produzido pelos eletroímãs possui magnitude que corresponde a 1/4 do campo magnético da Terra no local onde se encontra a agulha.

B) o campo magnético produzido pelos eletroímãs possui magnitude que corresponde a 1/2 do campo magnético da Terra no local onde se encontra a agulha.

C) o campo magnético produzido pelos eletroímãs possui magnitude que corresponde a $1/\sqrt{2}$ do campo magnético da Terra no local onde se encontra a agulha.

D) o campo magnético produzido pelos eletroímãs tem a mesma magnitude do campo magnético da Terra no local onde se encontra a agulha.

E) o campo magnético produzido pelos eletroímãs possui magnitude que corresponde a $\sqrt{2}$ do campo magnético da Terra no local onde se encontra a agulha.

18. (UFRR) A seguir, mostramos a figura da Terra, onde N' e S' são os polos norte e sul geográficos e N e S são os polos norte e sul magnéticos. Sobre as linhas do campo magnético, é **CORRETO** afirmar que

A) elas são paralelas ao Equador.

B) elas são radiais ao centro da Terra.

C) elas saem do polo norte magnético e entram no polo sul magnético.

D) o campo magnético é mais intenso no Equador.

E) o polo sul magnético está próximo ao sul geográfico.

19. (UFRN) O estudioso Robert Norman publicou em Londres, em 1581, um livro em que discutia experimentos mostrando que a força que o campo magnético terrestre exerce sobre uma agulha imantada não é horizontal. Essa força tende a alinhar tal agulha às linhas desse campo. Devido a essa propriedade, pode-se construir uma bússola que, além de indicar a direção norte-sul, também indica a inclinação da linha do campo magnético terrestre no local onde a bússola se encontra. Isso é feito, por exemplo, inserindo-se uma agulha imantada em um material, de modo que o conjunto tenha a mesma densidade que a água e fique em equilíbrio dentro de um copo cheio de água, como esquematizado na figura 1. A figura 2 representa a Terra e algumas das linhas do campo magnético terrestre. Foram realizadas observações com a referida bússola em três cidades (I, II e III), indicando que o polo norte da agulha formava, aproximadamente,

- para a cidade I, um ângulo de 20º em relação à horizontal e apontava para baixo.
- para a cidade II, um ângulo de 75º em relação à horizontal e apontava para cima.
- para a cidade III, um ângulo de 0º e permanecia na horizontal.

Figura 1

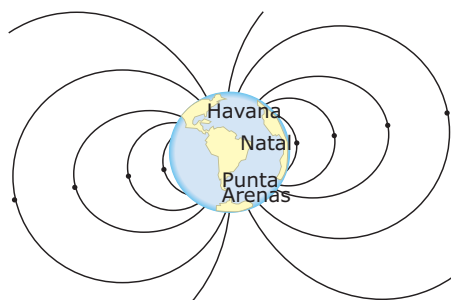



Figura 2

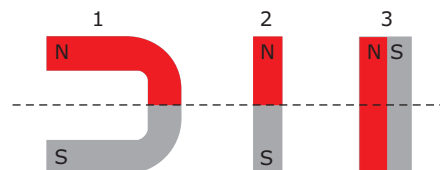
A partir dessas informações, pode-se concluir que tais observações foram realizadas, respectivamente, nas cidades de

A) Punta Arenas (sul do Chile), Natal (nordeste do Brasil) e Havana (noroeste de Cuba).

B) Punta Arenas (sul do Chile), Havana (noroeste de Cuba) e Natal (nordeste do Brasil).

C) Havana (noroeste de Cuba), Natal (nordeste do Brasil) e Punta Arenas (sul do Chile).

D) Havana (noroeste de Cuba), Punta Arenas (sul do Chile) e Natal (nordeste do Brasil).

20. (FGV-SP–2006) Os ímãs 1, 2 e 3 foram cuidadosamente secionados em dois pedaços simétricos, nas regiões indicadas pela linha tracejada.

Analise as afirmações referentes às consequências da divisão dos ímãs.

I. Todos os pedaços obtidos desses ímãs serão também ímãs, independentemente do plano de seção utilizado.

II. Os pedaços respectivos dos ímãs 2 e 3 poderão se juntar espontaneamente nos locais da separação, retomando a aparência original de cada ímã.

III. Na seção dos ímãs 1 e 2, os polos magnéticos ficarão separados, mantendo cada fragmento um único polo magnético.

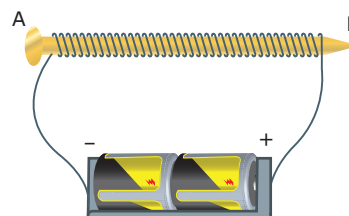
Está **CORRETO** o contido apenas em

A) I.
B) III.
C) I e II.
D) I e III.
E) II e III.

21. (PUC-SP) A figura mostra um prego de ferro envolto por um fio fino de cobre esmaltado, enrolado muitas vezes ao seu redor. O conjunto pode ser considerado um eletroímã, quando as extremidades do fio são conectadas aos polos de um gerador, que, no caso, são duas pilhas idênticas, associadas em série. A respeito do descrito, fazem-se as seguintes afirmações.

I. Ao ser percorrido por corrente elétrica, o eletroímã apresenta polaridade magnética. Na representação da figura, a extremidade A (cabeça do prego) será um polo norte e a extremidade B será um polo sul.

II. Ao aproximar-se um prego de ferro da extremidade A do eletroímã e outro da extremidade B, um deles será atraído, e o outro será repelido.

III. Ao substituir-se o conjunto de duas pilhas por outro de 6 pilhas idênticas às primeiras, também associadas em série, a intensidade do vetor indução magnética no interior e nas extremidades do eletroímã não sofrerá alteração, uma vez que esse valor independe da intensidade da corrente elétrica que circula no fio.

Está **CORRETO** apenas o que se afirma em

A) I e II.
B) II e III.
C) I e III.
D) I.
E) III.

SEÇÃO ENEM

01. (Enem) *A nanotecnologia está ligada à manipulação da matéria em escala nanométrica, ou seja, uma escala tão pequena quanto a de um bilionésimo de metro. Quando aplicada às ciências da vida, recebe o nome de nanobiotecnologia. No fantástico mundo da nanobiotecnologia, será possível a invenção de dispositivos ultrapequenos que, usando conhecimentos da Biologia e da Engenharia, permitirão examinar, manipular ou imitar os sistemas biológicos.*

LACAVA, Z.; MORAIS, P. Nanobiotecnologia e saúde. *Com Ciência*. Reportagens. Nanociência & Nanotecnologia.

Disponível em: <http://www.comciencia.br/reportagens/nanotecnologia/nano15.htm>. Acesso em: 4 maio 2009.

Como exemplo da utilização dessa tecnologia na Medicina, pode-se citar a utilização de nanopartículas magnéticas (nanoímãs) em terapias contra o câncer. Considerando-se que o campo magnético não age diretamente sobre os tecidos, o uso dessa tecnologia em relação às terapias convencionais é

A) de eficácia duvidosa, já que não é possível manipular nanopartículas para serem usadas na Medicina com a tecnologia atual.

B) vantajoso, uma vez que o campo magnético gerado por essas partículas apresenta propriedades terapêuticas associadas ao desaparecimento do câncer.

C) desvantajoso, devido à radioatividade gerada pela movimentação de partículas magnéticas, o que, em organismos vivos, poderia causar o aparecimento de tumores.

D) desvantajoso, porque o magnetismo está associado ao aparecimento de alguns tipos de câncer no organismo feminino, como o câncer de mama e o de colo de útero.

E) vantajoso, pois se os nanoímãs forem ligados a drogas quimioterápicas, permitem que estas sejam fixadas diretamente em um tumor por meio de um campo magnético externo, diminuindo-se a chance de que áreas saudáveis sejam afetadas.

02. *A intensidade do campo magnético da Terra foi medida, pela primeira vez, por Gauss, em 1835. Desde então, essa intensidade está menor em, aproximadamente, 15%, e essa diminuição está num processo acelerado. Além disso, existe a possibilidade de mudar o sentido de orientação desse campo. Ou seja, o campo terá a sua polaridade invertida: os polos norte e sul magnéticos trocarão de lugar, evento conhecido como reversão geomagnética. Essa troca de sentido de orientação acontece entre dezenas de milhares de anos e alguns milhões de anos. Ao que tudo indica, a última inversão de polaridade magnética ocorreu há cerca de 780 000 anos. Não se sabe exatamente por que acontece essa inversão magnética, e a próxima deve ocorrer num momento ainda não determinado.* [...] *Segundo o calendário Maia, uma inversão ocorrerá no final do ano de 2012.*

Disponível em: <http://fisicawatchatcha.blogspot.com/2009/09/campo-magnetico-terrestre-curiosidades.html>; <http://eternosaprendizes.wordpress.com/2009/02/03/2012-nao-havera-inversao-dos-polos-magneticos-da-terra/>. Acesso em: mar. 2011 (Adaptação).

Havendo uma inversão geomagnética, em apenas um mês, ao final de 2012,

A) a Lua terá o sentido do seu movimento em torno da Terra invertido pela interação do novo campo magnético terrestre com as rochas metálicas existentes no satélite.

B) a bússola continuará a ser usada normalmente para determinar os sentidos norte e sul geográficos da Terra, pois eles não coincidem com o polos magnéticos.

C) o campo magnético da Terra, em São Paulo, terá uma componente paralela ao solo apontado para o Sul e uma componente vertical a ele apontada para o centro do planeta.

D) os sentidos das correntes elétricas que percorrem os cabos da rede de transmissão de energia serão invertidos, segundo a conclusão da experiência de Oersted.

E) os animais que usam o campo magnético da Terra nas suas rotas migratórias não serão afetados, uma vez que muda apenas o sentido do campo, e não a sua direção.

GABARITO

Fixação

01. D
02. C
03. A
04. A
05. C

Propostos

01. B
02. D
03. A
04. C
05. A
06. D
07. A
08. B
09. C
10. D
11. C
12. A
13. A
14. C
15. C
16. D
17. D
18. C
19. D
20. A
21. D

Seção Enem

01. E
02. C